

**UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA CIVIL**

**PROPOSIÇÃO DE NOVO MÉTODO GRÁFICO E MODELO
MATEMÁTICO PARA DETERMINAÇÃO DAS CONDIÇÕES
DE FUNCIONAMENTO DE SISTEMAS DE FILTRAÇÃO
RÁPIDA COM TAXA DECLINANTE**

João Carlos Gabriel

**Campinas
2000**

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA CIVIL

**PROPOSIÇÃO DE NOVO MÉTODO GRÁFICO E MODELO
MATEMÁTICO PARA DETERMINAÇÃO DAS CONDIÇÕES
DE FUNCIONAMENTO DE SISTEMAS DE FILTRAÇÃO
RÁPIDA COM TAXA DECLINANTE**

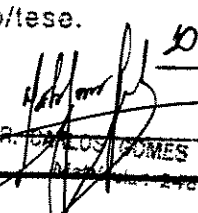
João Carlos Gabriel

Orientador: Prof. Dr. Carlos Gomes da Nave Mendes

Dissertação de Mestrado apresentada à
Comissão de pós-graduação da Faculdade de
Engenharia Civil da Universidade Estadual de
Campinas, como parte dos requisitos para
obtenção do título de Mestre em Engenharia
Civil, na área de concentração de Saneamento.

Campinas, SP
2000

UNICAMP
BIBLIOTECA CENTRAL

| | |
|---|-----------------------------|
| Atesto que esta é a versão definitiva da dissertação/tese. | |
| 10, 06, 2000 | |
|  | |
| Prof. Dr. FROF. DR. | CARLOS GOMES DA NAVE MENDES |
| Matrícula: | 24808-8 |

UNIDADE B.2
Nº CHAMADA T/UNICAMP
G114p
V EX
TOMBO BC/ 51194
PROC 16.837/02
C DX
PREÇO R\$ 11,00
DATA 22-10-02
Nº CPD

CM00175005-2

BIBID. 263872

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA
BIBLIOTECA DA ÁREA DE ENGENHARIA - BAE - UNICAMP

G114p

Gabriel, João Carlos

Proposição de novo método gráfico e modelo matemático para determinação das condições de funcionamento de sistemas de filtração rápida com taxa declinante / João Carlos Gabriel.-- Campinas, SP: [s.n.], 2000.

Orientador: Carlos Gomes da Nave Mendes

Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Engenharia Civil

1. Água - Purificação - Filtração. 2. Filtros e filtração - Métodos gráficos. 3. Modelos matemáticos. I. Mendes, Carlos Gomes da Nave. II. Universidade Estadual de Campinas. Faculdade de Engenharia Civil. III. Título.

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS

FACULDADE DE ENGENHARIA CIVIL

**PROPOSIÇÃO DE NOVO MÉTODO GRÁFICO E MODELO
MATEMÁTICO PARA DETERMINAÇÃO DAS CONDIÇÕES
DE FUNCIONAMENTO DE SISTEMAS DE FILTRAÇÃO
RÁPIDA COM TAXA DECLINANTE**

João Carlos Gabriel

Dissertação de Mestrado aprovada pela Banca Examinadora, constituída por:



Prof. Dr. Carlos Gomes da Nave Mendes
Presidente e Orientador / DSA / FEC



Prof. Dr. Luiz Di Bernardo

EESC – USP



Prof. Dr. Ruben Bresaola Júnior
DSA / FEC

Campinas, 24 de fevereiro de 2000.

7856/200

Dedicatória

Aos meus pais, Johannes (in memoriam) e Sophia Helga, que me ensinaram a lutar com muita responsabilidade pelos meus objetivos.

Agradecimentos

Ao Prof. Dr. Carlos Gomes da Nave Mendes, pela orientação, incentivo, amizade, paciência, ensinamentos transmitidos e pelo apoio durante o curso de mestrado e, especialmente, durante a elaboração desta dissertação.

Aos professores, funcionários e colegas do Departamento de Saneamento e Ambiente da Faculdade de Engenharia Civil da Universidade Estadual de Campinas, pelo estímulo, auxílio e apoio.

Sumário

página

| | |
|--|------|
| LISTA DE TABELAS | iv |
| LISTA DE FIGURAS | vii |
| LISTA DE ABREVIATURAS E SÍMBOLOS | xi |
| RESUMO | xiii |
| 1. INTRODUÇÃO | 01 |
| 2. OBJETIVOS | 05 |
| 3. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA | 06 |
| 3.1 Introdução | 06 |
| 3.2 Métodos de Operação de Filtros Rápidos por Gravidade | 07 |
| 3.2.1 Hidráulica de Filtração | 08 |
| 3.2.2 Método de Filtração com Taxa Constante | 12 |
| 3.2.2.1 Método da Taxa de Filtração e Nível de Água Constantes | 12 |
| 3.2.2.2 Método da Taxa de Filtração Constante e Nível de Água Variável | 15 |
| 3.2.3 Filtração com Taxa Declinante | 15 |
| 3.2.3.1 Método da Taxa de Filtração Variável e Nível Constante | 16 |
| 3.2.3.2 Método da Taxa de Filtração Constante ou Variável e Nível Variável | 17 |
| 3.3 Desempenho do Filtro | 26 |
| 3.3.1 Qualidade da Água Filtrada | 26 |
| 3.3.2 Duração da Carreira de Filtração e Produção Líquida de Água de um Filtro | 27 |
| 3.3.3 Operação e Manutenção | 28 |
| 3.3.4 Capital e Custos de Operação | 28 |
| 3.4 Modelos Matemáticos de um Sistema de Filtração com Taxa Declinante | 29 |

| | |
|--|------------|
| 3.4.1 Modelo de Hudson, Herbert E. Jr. (1981) | 29 |
| 3.4.2 Modelo de Cleasby & Di Bernardo (1980) , Cleasby (1981) | 32 |
| 3.4.3 Modelo de Grabovskii & Larkina | 34 |
| 3.4.4 Modelo de Di Bernardo (1986) | 35 |
| 3.4.5 Modelo de Teixeira (1991) | 43 |
| 3.4.6 Modelo de Machado (1995) | 44 |
| 3.4.7 Método Gráfico de Mendes, Carlos G. da N. (1999)..... | 44 |
| 4. METODOLOGIA | 50 |
| 4.1 Introdução | 50 |
| 4.2 Método Gráfico Proposto - Exemplo | 51 |
| 4.3 Modelo Matemático Proposto | 76 |
| 4.4 Generalização do Modelo para um Número, N, qualquer de Filtros de uma Bateria | 88 |
| 5. RESULTADOS E DISCUSSÃO | 92 |
| 5.1 Introdução | 92 |
| 5.2 Simulações | 95 |
| 5.3 Discussão | 124 |
| 5.3.1 Considerações Complementares ao Método Matemático Proposto | 124 |
| 5.3.2 Equações de Perda de Carga Turbulenta | 125 |
| 5.3.3 Relação entre a Taxa Máxima Operacional de Filtração T_1 e a taxa média definida T_{medd} | 126 |
| 5.3.4 Duração dos Ciclos | 127 |
| 5.3.5 Comportamento das Taxas e Níveis Operacionais e Filtração em Função do Número de Filtros na Bateria | 128 |
| 5.3.6 Taxas de Filtração em Função do Coeficiente da Perda de Carga Turbulenta | 129 |
| 6. CONCLUSÕES | 131 |
| 7. RECOMENDAÇÕES | 133 |
| ANEXO A | 134 |
| ANEXO B | 143 |
| 9. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS..... | 169 |

| | |
|---------------------------|------------|
| 10. ABSTRACT | 174 |
|---------------------------|------------|

LISTA DE TABELAS

| | |
|--|----|
| Tabela 3.1: Condições usualmente consideradas para descrever os métodos de operação dos filtros. Fonte: ARBOLEDA(1974) | 12 |
| Tabela 3.2: Taxas de filtração e perdas de carga no processo repetitivo. Fonte: DI BERNARDO (1986). | 39 |
| Tabela 3.3: Equações do escoamento laminar no filtro F_1 . Fonte: DI BERNARDO (1986). | 40 |
| Tabela 3.4: Determinação do nível N_3 e das taxas de filtração nos remanescentes durante a lavagem de um filtro de bateria. Fonte: DI BERNARDO (1986)..... | 41 |
| Tabela 5.1: Parâmetros e valores utilizados na simulação 1. | 95 |
| Tabela 5.2: Resultados da simulação 1 | 96 |
| Tabela 5.3: Parâmetros e valores utilizados na simulação 2. | 97 |
| Tabela 5.4: Resultados da simulação 2 | 97 |
| Tabela 5.5: Parâmetros e valores utilizados na simulação 3. | 99 |

| | |
|--|-----|
| Tabela 5.6: Resultados da simulação 3 | 99 |
| Tabela 5.7: Parâmetros e valores utilizados na simulação 4. | 101 |
| Tabela 5.8: Resultados da simulação 4 | 101 |
| Tabela 5.9: Parâmetros e valores utilizados na simulação 5. | 103 |
| Tabela 5.10: Resultados da simulação 5 | 103 |
| Tabela 5.11: Parâmetros e valores utilizados na simulação 6. | 105 |
| Tabela 5.12: Resultados da simulação 6 | 105 |
| Tabela 5.13: Parâmetros e valores utilizados na simulação 7. | 107 |
| Tabela 5.14: Resultados da simulação 7 | 107 |
| Tabela 5.15: Parâmetros e valores utilizados na simulação 8. | 109 |
| Tabela 5.16: Resultados da simulação 8 | 109 |
| Tabela 5.17: Parâmetros e valores utilizados na simulação 9. | 111 |
| Tabela 5.18: Resultados da simulação 9 | 111 |
| Tabela 5.19: Parâmetros e valores utilizados na simulação 10 | 113 |
| Tabela 5.20: Resultados da simulação 10 | 113 |

| | |
|---|-----|
| Tabela 5.21: Parâmetros e valores utilizados na simulação 11. | 115 |
| Tabela 5.22: Resultados da simulação 11 | 115 |
| Tabela 5.23: Parâmetros e valores utilizados na simulação 12 | 117 |
| Tabela 5.24: Resultados da simulação 12..... | 117 |
| Tabela 5.25: Parâmetros e valores utilizados na simulação 13. | 119 |
| Tabela 5.26: Resultados da simulação 13 | 119 |
| Tabela 5.27: Parâmetros e valores utilizados na simulação 14. | 121 |
| Tabela 5.28: Resultados da simulação 14 | 121 |
| Tabela 5.29: Parâmetros e valores utilizados na simulação 15. | 123 |
| Tabela 5.30: Resultados da simulação 15..... | 123 |
| Tabela 5.31: Comparação dos níveis nas simulações 5, 10 e 15..... | 128 |
| Tabela 5.32: Taxas de filtração das simulações 4, 9 e 14 com 10 filtros | 129 |

LISTA DE FIGURAS

| | |
|--|----|
| Figura 3.1: Variação da perda de carga em função do tempo para a taxa de filtração constante e nível de água constante. Fonte: DI BERNARDO (1993) | 13 |
| Figura 3.2: Esquema de um filtro com controlador de vazão e nível, instalado na canalização de efluente. Fonte: DI BERNARDO (1993) | 14 |
| Figura 3.3: Variação da taxa de filtração em função do tempo com carga hidráulica total disponível constante. Fonte: DI BERNARDO (1993) | 17 |
| Figura 3.4: Arranjo típico de entrada e saída dos filtros - taxa constante. Fonte: DI BERNARDO (1993). | 19 |
| Figura 3.5: Arranjo típico de entrada e saída dos filtros - taxa declinante variável. Fonte: DI BERNARDO (1993) | 20 |
| Figura 3.6: Variação da taxa de filtração, perda de carga e nível de água durante o funcionamento de um filtro . Fonte: DI BERNARDO (1993) | 21 |
| Figura 3.7: Variação da perda de carga e taxa de filtração. Fonte: DI BERNARDO (1993) | 22 |
| Figura 3.8: Variação da perda de carga e taxa de filtração. Fonte: DI BERNARDO (1993) | 22 |
| Figura 3.9: Variações típicas dos níveis de água e das taxas de filtração num sistema de filtração com taxa declinante. Fonte: DI BERNARDO (1986) | 25 |
| Figura 3.10: Esquema típico de um sistema de filtração com taxa declinante com armazenamento substancial a montante dos filtros. Fonte: DI BERNARDO (1986) | 26 |
| Figura 3.11: Arranjo típico de saída do filtro com placa de orifício. Fonte: LIMA (1985) | 30 |

| | |
|--|----|
| Figura 3.12: Diagrama utilizado para projeto de filtro com taxa declinante segundo Hudson. Fonte: LIMA (1985) | 32 |
| Figura 3.13: Variação do nível ou perda de carga no interior do canal comum de alimentação de água decantada aos filtros de taxa declinante. Fonte: DI BERNARDO (1986) | 34 |
| Figura 3.14: Esquema de um sistema de filtração com taxa declinante sem armazenamento substancial a montante dos filtros. Fonte: DI BERNARDO (1986) | 37 |
| Figura 3.15: Perdas de carga no material filtrante limpo, turbulenta e total em função da taxa de filtração. Fonte: MENDES (1999) | 45 |
| Figura 3.16: Imposição da taxa máxima de filtração, determinação de N_1 e estimativa inicial para N_2 . Fonte: MENDES (1999) | 46 |
| Figura 3.17: Determinação da perda de carga total para o filtro mais limpo da bateria, após a 1º elevação de N_1 para N_2 , e da taxa de filtração que passará a operar após retorno do filtro lavado ao funcionamento. Fonte: MENDES (1999) | 47 |
| Figura 3.18: Determinação das taxas de filtração de todos os filtros da bateria e aferição da estimativa inicial de variação de N_1 para N_2 . Fonte: MENDES (1999) | 48 |
| Figura 3.19: Determinação de N_3 e taxas de filtração para os filtros remanescentes, durante lavagem do mais sujo da bateria. Fonte: MENDES (1999) | 49 |
| Figura 4.1: Perda de carga no meio filtrante limpo em função da taxa de filtração (para $K_1 = 1,5 \times 10^{-3}$ dia). | 52 |
| Figura 4.2: Variação da perda de carga turbulenta (H_2) em função da taxa de filtração. | 53 |
| Figura 4.3: Perda de carga turbulenta e nível de água no filtro (m) em função da taxa de filtração ($m^3 / m^2 / dia$)..... | 54 |
| Figura 4.4: Perda de carga e nível N_3 de água no filtro em função da Taxa de filtração. | 57 |
| Figura 4.5: Perdas de carga e níveis de água do filtro (m) em função da taxa de filtração ($m^3 / m^2 / dia$). | 60 |
| Figura 4.6: Taxa de filtração T_1 do filtro em operação normal. | 61 |

| | | |
|--------------|--|----|
| Figura 4.7: | Taxa de filtração do filtro 1 em N_2 , imediatamente antes da retirada do filtro mais sujo para processo de lavagem. | 62 |
| Figura 4.8: | Perda de carga do filtro 1 no nível N_2 , imediatamente antes da retirada do filtro mais sujo para ser lavado. | 63 |
| Figura 4.9: | Elevação do nível de água de N_2 para N_3 no filtro 1 durante a lavagem do filtro mais sujo da bateria. | 64 |
| Figura 4.10: | Taxa de filtração, TR_1 , do filtro 1 durante lavagem do filtro mais sujo da bateria. | 65 |
| Figura 4.11: | Taxa de filtração T_2 do filtro em operação normal. | 66 |
| Figura 4.12: | Taxa de filtração do filtro 2 em N_2 , imediatamente antes da retirada do filtro mais sujo para processo de lavagem. | 67 |
| Figura 4.13: | Perda de carga do filtro 2 no nível N_2 , imediatamente antes da retirada do filtro mais sujo para ser lavado. | 68 |
| Figura 4.14: | Taxa de filtração, TR_2 , do filtro 2 durante lavagem do filtro mais sujo da bateria. | 69 |
| Figura 4.15: | Taxa de filtração T_3 do filtro em operação normal. | 70 |
| Figura 4.16: | Taxa de filtração do filtro 3 em N_2 , imediatamente antes da retirada do filtro mais sujo para processo de lavagem. | 71 |
| Figura 4.17: | Perda de carga do filtro 3 no nível N_2 , imediatamente antes da retirada do filtro mais sujo para ser lavado. | 72 |
| Figura 4.18: | Taxa de filtração em operação normal do filtro 4. | 73 |
| Figura 4.19: | Taxa de filtração do filtro 4 em N_2 , imediatamente antes da retirada do filtro mais sujo para processo de lavagem. | 74 |
| Figura 4.20: | Distância d entre o ponto de operação efetiva do filtro recém-colocado em operação e do ponto de retirada do filtro mais sujo. | 87 |
| Figura 5.1: | Níveis de água nos filtros, taxas de filtração durante operação normal e taxas de filtração durante lavagem do filtro mais sujo, baseado nos dados da Tab. 5.1. | 96 |
| Figura 5.2: | Níveis de água nos filtros, taxas de filtração durante operação normal e | |

| | | |
|--------------|---|-----|
| | taxas de filtração durante lavagem do filtro mais sujo, baseado nos dados da Tab. 5.3. | 98 |
| Figura 5.3: | Níveis de água nos filtros, taxas de filtração durante operação normal e taxas de filtração durante lavagem do filtro mais sujo, baseado nos dados da Tab. 5.5. | 100 |
| Figura 5.4: | Níveis de água nos filtros, taxas de filtração durante operação normal e taxas de filtração durante lavagem do filtro mais sujo, baseado nos dados da Tab. 5.7. | 102 |
| Figura 5.5: | Níveis de água nos filtros, taxas de filtração durante operação normal e taxas de filtração durante lavagem do filtro mais sujo, baseado nos dados da Tab. 5.11. | 106 |
| Figura 5.6: | Níveis de água nos filtros, taxas de filtração durante operação normal e taxas de filtração durante lavagem do filtro mais sujo, baseado nos dados da Tab. 5.13. | 108 |
| Figura 5.7: | Níveis de água nos filtros, taxas de filtração durante operação normal e taxas de filtração durante lavagem do filtro mais sujo, baseado nos dados da Tab. 5.15. | 110 |
| Figura 5.8: | Níveis de água nos filtros, taxas de filtração durante operação normal e taxas de filtração durante lavagem do filtro mais sujo, baseado nos dados da Tab. 5.17. | 112 |
| Figura 5.9: | Níveis de água nos filtros, taxas de filtração durante operação normal e taxas de filtração durante lavagem do filtro mais sujo, baseado nos dados da Tab. 5.21. | 116 |
| Figura 5.10: | Níveis de água nos filtros, taxas de filtração durante operação normal e taxas de filtração durante lavagem do filtro mais sujo, baseado nos dados da Tab. 5.23. | 118 |
| Figura 5.11: | Níveis de água nos filtros, taxas de filtração durante operação normal e taxas de filtração durante lavagem do filtro mais sujo, baseado nos dados da Tab. 5.25. | 120 |
| Figura 5.12: | Níveis de água nos filtros, taxas de filtração durante operação normal e taxas de filtração durante lavagem do filtro mais sujo, baseado nos dados da Tab. 5.27. | 121 |

LISTA DE ABREVIATURAS E SÍMBOLOS

| | | |
|-------|---|---|
| C_e | → | coeficiente de esfericidade dos grãos do meio filtrante |
| d | → | tamanho efetivo dos grãos de areia (L) |
| D_i | → | tamanho médio das malhas de duas peneiras consecutivas (L) |
| ETA | → | Estação de Tratamento de Água |
| g | → | aceleração da gravidade (LT^{-2}) |
| h | → | perda de carga no meio filtrante (L) |
| h_o | → | perda de carga inicial (L) |
| H | → | carga hidráulica absorvida pela camada de areia (L) |
| H_1 | → | perda de carga no material filtrante limpo (L) |
| H_2 | → | perda de carga turbulenta (L) |
| IT | → | “índice de transpasse” de flocos no fim da carreira do filtro ($L^4 T^{-1}$) |
| K_p | → | coeficiente de permeabilidade (LT^{-1}) |
| K_1 | → | coeficiente de perda de carga laminar (T) |
| K_2 | → | coeficiente de perda de carga turbulenta (LT^{-2}) |
| L | → | espessura do leito filtrante (L) |
| n | → | n-ésimo filtro |
| N_1 | → | nível no qual existe obstrução diferenciada nos diversos filtros em peração no início do ciclo quando um dos filtros foi retirado para ser retrolavado. Este nível muda na prática de ciclo para ciclo e está sempre acima do nível mínimo (L) |
| N_2 | → | nível no final do ciclo imediatamente antes de um filtro ser retirado para ser retrolavado (L) |

| | | |
|-----------------|---|--|
| N_3 | → | nível máximo dos filtros remanescentes quando uma unidade foi removida para ser retrolavada, utilizando uma fonte independente de água para retrolavagem (L) |
| SFTD | → | Sistema de filtração com taxa declinante |
| SFTDV | → | Sistema de filtração com taxa declinante variável |
| T | → | velocidade de aproximação ou taxa de filtração (LT^{-1}) |
| TR_1 | → | taxa do filtro durante lavagem do filtro mais sujo da bateria (LT^{-1}) |
| T_{medd} | → | taxa média definida de filtração (LT^{-1}) |
| $T_{máx}$ | → | taxa máxima de filtração (LT^{-1}) |
| T_n | → | taxa de filtração do n-ésimo filtro (LT^{-1}) |
| v_i | → | velocidade intersticial (LT^{-1}) |
| V_g | → | volume dos grãos do meio filtrante (L^3). |
| V_v | → | volume de vazios (L^3), |
| x_i | → | fração, em peso, do material retido entre duas peneiras consecutivas; |
| ε | → | porosidade média do meio filtrante. |
| ε_0 | → | porosidade inicial com o meio filtrante limpo; |
| μ | → | viscosidade cinemática da água ($L^2 T^{-1}$) |

RESUMO

GABRIEL, João Carlos. Proposição de novo método gráfico e modelo matemático para determinação das condições de funcionamento de sistemas de filtração rápida com taxa declinante. Campinas, Faculdade de Engenharia Civil, Universidade Estadual de Campinas, ano 2000. Dissertação (Mestrado).

Neste trabalho, tem-se como objetivo propor uma metodologia simples, prática e até mesmo didática para a questão, através da utilização de metodologia gráfica, com a qual é possível determinar e visualizar os diferentes níveis operacionais de água e as taxas de filtração de cada um dos filtros da bateria, em condições normais ou durante a lavagem de um deles. Além disso, a partir desse método gráfico, há a propositura de apresentar uma nova modelação matemática, para a determinação algébrica dos parâmetros de projeto de operação de um sistema de filtração com taxa declinante variável (SFTDV). Essa proposta baseia-se no uso de dados de perda de carga total de um filtro limpo, do número de filtros da bateria, da taxa média de filtração desejada, bem como do nível máximo que a água pode atingir na caixa do filtro, de modo que não ocorra seu transbordamento, da taxa máxima de filtração, com manutenção da qualidade do efluente filtrado.

O conjunto de equações matemáticas para baterias compostas de um número qualquer de filtros foram deduzidas e generalizadas e, é esperado, com o seu uso, que sejam obtidas as condições otimizadas para projeto e operação desse tipo de sistema, e que seja indicada a solução, que permita a maior duração da carreira possível sem prejuízos à qualidade da água.

Palavras Chave : Filtração; Método Gráfico; Modelação Matemática; Taxa Declinante.

1 INTRODUÇÃO

A filtração é um processo utilizado para retenção de partículas sólidas suspensas e de microrganismos presentes na água. Ela ocorre através de meios granulares e representa uma das mais importantes etapas do tratamento de águas para abastecimento e do tratamento de águas residuárias. Pode ser utilizada como unidade única, no caso da filtração lenta, ou parte integrante de um conjunto de unidades em série e/ou paralelo, constituintes de uma Estação de Tratamento de Água (ETA). Nesta, ela é considerada a mais importante barreira no processo de remoção das partículas sólidas suspensas contidas no meio líquido, de modo a atender os padrões de potabilidade exigidos por lei. Desta forma o sistema de filtração deve ser, acima de tudo, eficaz e seguro, além de, se possível, apresentar baixo custo de construção e operação e fácil condição de operacionalidade.

Existem muitos tipos de filtros. Todos eles têm a mesma finalidade de atuar na separação, e retenção, das partículas sólidas suspensas e microrganismos da água. Dentre os tipos rápidos utilizados na área de tratamento de água de abastecimento, os por gravidade têm amplo uso. Estes filtros foram introduzidos no início do século XX (ARBOLEDA, 1974). Cada um deles tem uma determinada característica com relação ao método de operação. Eles podem ser divididos em dois grupos: os de taxa de filtração constante e os de taxa de filtração variável.

Quando os filtros rápidos foram introduzidos, considerou-se necessário controlar a taxa de filtração de água através deles. Pensou-se que, ao se manter a taxa de

filtração aproximadamente constante durante as carreiras de filtração, a qualidade do efluente produzido poderia ser melhor. As estações de tratamento de água utilizaram os filtros operados com taxa constante, quase que exclusivamente, até a década de 60 (ARBOLEDA, 1974).

No final da década de 50 começaram a surgir estudos sobre os sistemas de filtração operados com taxa declinante. Em 1957 e 1958 Hudson (HUDSON, 1959) removeu os controladores de vazão de um filtro da ETA de Wyandotte, Mich., e os substituiu por uma placa de orifício, dimensionando este filtro para operar com taxa de filtração declinante.

No final da década de 60 foi apresentado o sistema de operação conhecido como taxa declinante variável, apresentando vários benefícios sobre os de taxa constante, como por exemplo, a dispensa do uso de equipamentos controladores da perda de carga e taxas de filtração, de custo relativamente elvados na implantação e manutenção, proporcionando produção de água filtrada de melhor qualidade, com maiores durações das carreiras de filtração e volume de filtração. Apesar disso, os SFTDV (sistemas de filtração com taxa declinante variável) ainda apresentavam desvantagens, principalmente com relação ao seu comportamento hidráulico (CLEASBY, 1969).

Com o desenvolvimento de estudos em filtros piloto bem como em escala real, nos meados da década de 70, algumas dúvidas relativas à taxa declinante variável foram esclarecidas (ARBOLEDA, 1974). Mesmo assim, a complexidade dos cálculos pelos modelos matemáticos disponíveis para a previsão do funcionamento hidráulico dos SFTD (sistemas de filtração com taxa declinante) ainda persistia. Os critérios de projeto existentes, até o início da década de 80, eram baseados em parâmetros empíricos e fixados arbitrariamente. Ao longo dessa década foram feitas algumas tentativas no sentido de serem obtidos métodos um pouco mais racionais de projetos dos sistemas de filtração. Foram desenvolvidos modelos matemáticos teóricos, que tentavam descrever o comportamento dos SFTD, a partir dos quais era possível projetá-los. Estes baseavam-se em equações

relativamente complexas a serem desenvolvidas por métodos numéricos, para descrever as alterações do comportamento do meio filtrante com o tempo de seu funcionamento e possíveis mudanças provocadas pelos depósitos de impurezas nos interstícios dos meios granulares filtrantes.

DI BERNARDO (1986), propôs um modelo, constituído por sistemas de equações que, para sua resolução necessita de um método iterativo, porém de uso mais simples e racional que os anteriores. Além disso, não há a necessidade de adoção ou determinação de parâmetros empíricos, pois nenhuma equação leva em consideração a alteração do meio filtrante ao longo do tempo.

No sistema de filtração com taxa declinante, estas mantêm-se aproximadamente constantes nos filtros e no intervalo entre duas lavagens consecutivas. Assume-se uma situação de equilíbrio, com cada filtro de uma bateria trabalhando com uma determinada taxa de filtração, decorrente do seu estado de colmatação, declinando na forma de degraus ao longo das carreiras dos mesmos. Este modelo é bastante eficiente para a obtenção das taxas e dos níveis de operação. Desta forma, parte dos parâmetros necessários à determinação e execução do projeto e à operação do sistema pode ser determinada, a partir dos valores adotados para a taxa média de filtração e a carga disponível. Ao evitar as formulações empíricas que tentam prever o comportamento dos filtros ao longo do tempo, o modelo de DI BERNARDO (1986) não é capaz de determinar a duração das carreiras de filtração. Para se contornar este problema, tem-se fixado arbitrariamente a duração das carreiras a partir de experiências anteriores em condições semelhantes ou através de obtenção de dados através de operação de uma instalação piloto. Em outra investigação experimental, DI BERNARDO e CLEASBY (1981) concluíram pela possibilidade de uso de um filtro piloto operando com taxa constante para a determinação da duração da carreira de um SFTDV, uma vez que cada filtro deste trabalha com taxas aproximadamente constantes em cada ciclo entre as sucessivas lavagens das unidades.

Apesar do grande avanço obtido pelo método de DI BERNARDO (1986), e

da representabilidade de seus resultados, tal ferramenta, ainda é utilizada com restrições, talvez, pela dificuldade de interpretação da solução iterativa decorrente de seu uso, dando poucas chances do projetista visualizar possíveis alterações operacionais que otimizariam o funcionamento dos filtros, privilegiando a obtenção de carreiras de filtração mais longas sem prejuízo da qualidade da água produzida. Nesse sentido, baseado nas hipóteses adotadas por DI BERNARDO (1986), MENDES (1999) propôs uma metodologia de cálculo alternativa, através do uso de método gráfico, que permite a obtenção de todas as condições operacionais de um SFTDV, a menos da duração da carreira de filtração. A proposta de MENDES(1999), baseia-se, exatamente nas mesmas considerações adotadas por DI BERNARDO (1986), chegando, portanto aos mesmos resultados, porém, por uma metodologia de maior facilidade de visualização pelo projetista, permitindo a este a interpretação de como cada filtro opera dentro do sistema, desde que é colocado limpo em funcionamento, até que seja retirado para a lavagem.

No presente trabalho, apresenta-se uma nova metodologia gráfica, cuja solução torna-se mais precisa, simples e rápida na determinação dos parâmetros de operação do sistema de filtração, permitindo o equacionamento do problema de forma analítica. O modelo matemático foi desenvolvido e aplicado a diversos exemplos, após ter-se comparado e discutido os resultados obtidos entre si. Para que fosse possível a aplicação do modelo matemático desenvolvido, um programa em linguagem PASCAL (FREE PASCAL), que permitiu a obtenção das diversas soluções para cada simulação testada, foi desenvolvido.

Na solução analítica, propôs-se uma metodologia de escolha da alternativa ideal de operação dentre as diversas possíveis, considerando-se a maximização da duração da carreira de filtração sem prejuízo à qualidade da água filtrada produzida.

2 OBJETIVOS

Este trabalho, de caráter teórico, tem como principais objetivos:

- a) Rever os vários métodos e modelos matemáticos descritos na literatura especializada para a determinação dos parâmetros operacionais e de projeto de um SFTDV;
- b) Propor uma nova metodologia gráfica, cuja utilização seja simples, rápida e precisa na determinação dos parâmetros operacionais e de projeto de um SFTDV;
- c) Desenvolver modelação matemática e, com o auxílio de programa em linguagem Pascal, simular o fenómeno hidráulico de um SFTD, propondo metodologia para escolha da solução otimizada, privilegiando a duração da carreira de filtração sem prejuízo à qualidade da água filtrada;
- d) Comparar os resultados de simulações operacionais com diferentes condições iniciais e de contorno, de forma a estabelecer suas relações com as taxas de filtração, níveis de água característicos (N_1 , N_2 e N_3) e duração da carreira de filtração.

3 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

3.1 INTRODUÇÃO

A filtração é um processo que consiste na passagem de um fluido através de um meio poroso e permeável, geralmente formado por areia e antracito, com a finalidade de se remover parcialmente partículas suspensas e coloidais e de microrganismos presentes neste fluido, obtendo-se assim uma separação parcial das fases sólida, líquida e gasosa (DI BERNARDO, 1993).

Na filtração de águas de abastecimento, geralmente o processo final de remoção de impurezas, vários tipos de filtros e também vários métodos de operação, têm sido utilizados. Os primeiros sistemas de tratamento com a passagem de água através de meios granulares datam do início do século XIX. Ao longo deste século construíram-se vários sistemas de filtração lenta. Estes sistemas, característicos por produzirem um pequeno volume de água filtrada por unidade de área e de tempo, parâmetro conhecido como “taxa de filtração”, no caso, em geral, variando entre 3 e 6 m³/m²/d, com a finalidade de suprir indústrias e a cidade de Londres, na Inglaterra. No final do mesmo século, na cidade de Altona na Alemanha, utilizaram-se filtros lentos no tratamento de água para abastecimento. Estes filtros lentos tinham como finalidade a remoção de sólidos suspensos e redução de microrganismos presentes na água, potenciais geradores de epidemias (DI BERNARDO, 1993).

No Brasil a tecnologia de filtração lenta foi empregada em algumas cidades até meados deste século, porém, com a degradação da qualidade das águas brutas afluentes, estas instalações foram transformadas em sistemas de tratamento completo,

requerendo assim, pessoal técnico qualificado, aquisição de material de construção, equipamentos e produtos químicos.

Na filtração rápida, também caracterizada pela passagem da água por um meio filtrante granular, as taxas de filtração são significativamente maiores que as que ocorrem na filtração lenta.

Dentre os vários tipos de filtros rápidos, suas características podem diferir sob vários aspectos, entre eles, na espessura do meio filtrante, tipo de material empregado, granulometria do meio, número de camadas, forma de lavagem, sentido de escoamento da água, etc. Pode-se assim ter filtros de camada simples ou de camadas múltiplas, fluxo ascendente ou descendente, com ou sem unidades de pré-tratamento e, particularmente o método de operação, que é a maneira pela qual se determina o comportamento da taxa de filtração e do nível d'água nos filtros.

3.2 MÉTODOS DE OPERAÇÃO DE FILTROS RÁPIDOS POR GRAVIDADE

Segundo DI BERNARDO (1983), o método de operação dos filtros depende, essencialmente, da maneira como a carga hidráulica disponível é aplicada. Esta carga hidráulica disponível está relacionada à perda de carga no meio filtrante, aos dispositivos de controle, e da duração de lavagens das diversas unidades. As combinações destas e outras características definirão o método operacional do sistema de filtração, que poderá ser classificado como de taxa constante ou declinante, de nível variável ou nível constante.

3.2.1 Hidráulica de Filtração

Em um filtro, a carga hidráulica disponível corresponde à diferença entre as cotas do nível d'água de montante e de jusante do filtro, em pontos sujeitos à pressão

atmosférica. A carga hidráulica pode manter-se constante ou variar durante a carreira de filtração .

A resistência do filtro corresponde à soma das diversas perdas de carga existentes no sistema, tanto às devido ao meio filtrante limpo, camada suporte, sistema de drenagem, canalizações e acessórios, como àquelas causadas pela retenção de impurezas no meio filtrante e camada suporte.

No processo de filtração existem duas velocidades de interesse:

a) a velocidade de aproximação ou taxa de filtração (T), que é a razão entre a vazão afluyente e a área do filtro em planta e;

b) a velocidade média intersticial, que é a razão entre a velocidade de aproximação e a porosidade média do meio filtrante, dada pela Eq. 3.1 :

$$v_i = \frac{T}{\varepsilon} \quad (3.1)$$

onde :

v_i = velocidade intersticial (LT^{-1}),

T = velocidade de aproximação (LT^{-1}),

ε = porosidade média do meio filtrante.

A porosidade média de um meio filtrante é dada por:

$$\varepsilon = \frac{V_v}{(V_v + V_g)} \quad (3.2)$$

onde:

V_v = volume de vazios (L^3),

V_g = volume dos grãos do meio filtrante (L^3).

Durante o processo de filtração, os sólidos suspensos não removidos no decantador, são retidos nos interstícios granulares do meio filtrante, reduzindo assim o seu

volume de vazios. Desta forma, conforme a Eq. 3.2, a porosidade diminui. Consequentemente, a velocidade intersticial aumenta e a perda de carga no meio filtrante aumenta.

Considerando-se somente o efeito do meio filtrante e o regime de escoamento laminar durante a filtração, tem-se, de acordo com a equação de Darcy:

$$T = K_p \frac{h}{L} \quad (3.3)$$

onde:

h = perda de carga no meio filtrante (L),

L = espessura da camada filtrante (L),

K_p = coeficiente de permeabilidade (LT^{-1}).

O coeficiente de permeabilidade K_p está relacionado com a resistência ao escoamento devida ao meio filtrante e partículas retidas, diminuindo durante a operação do filtro. No início da operação, quando o meio filtrante ainda se encontra limpo, pode-se determinar o gradiente hidráulico h/L a partir da fórmula proposta por Fair Hatch, ou outra semelhante:

$$\frac{h}{L} = (150\mu(1 - \varepsilon_0)^2 T) \cdot \frac{\left(\sum_{i=1}^n \frac{x_i}{D_i^2}\right)}{(g\varepsilon_0^3 C_e^2)} \quad (3.4)$$

onde :

μ = viscosidade cinemática da água ($L^2 T^{-1}$)

g = aceleração da gravidade (LT^{-2})

ε_0 = porosidade inicial com o meio filtrante limpo;

C_e = coeficiente de esfericidade dos grãos do meio filtrante;

x_i = fração, em peso, do material retido entre duas peneiras consecutivas;

D_i = tamanho médio das malhas de duas peneiras consecutivas (L)

Substituindo a Eq. 3.4 na Eq. 3.3 , tem-se o coeficiente de permeabilidade inicial K_{op} dado por:

$$K_{op} = (150\mu(1 - \varepsilon_0)^2) \cdot \frac{(\sum_{i=1}^n \frac{x_i}{D_i^2})}{(g\varepsilon_0^3 C_e^2)} \quad (3.5)$$

e, uma vez conhecido este valor de K_{op} para um determinado meio filtrante, a perda de carga inicial do mesmo será dado pela Eq.:

$$h_{omf} = T \cdot \frac{L_{mf}}{K_{op}} \quad (3.6)$$

onde:

h_{omf} = perda de carga inicial do meio filtrante (L),

L_{mf} = espessura da camada do meio filtrante (L).

A perda de carga na camada suporte pode ser calculada de maneira semelhante à do meio filtrante limpo:

$$h_{cs} = T \frac{L_{cs}}{K_{0cs}} \quad (3.7)$$

Assim, a perda de carga total do meio filtrante limpo e a perda de carga da camada suporte será dada por:

$$h_{omf} + h_{0cs} = T \frac{L_{mf}}{K_{op}} + T \frac{L_{cs}}{K_{0cs}} \quad (3.8)$$

e

$$H_1 = K_1 T \quad (3.9)$$

onde:

K_1 é o coeficiente de perda de carga laminar do meio filtrante e da camada suporte, (T).

Porém, a perda de carga em um filtro limpo não é função somente da perda de carga no meio filtrante e camada suporte, mas também devido ao sistema de drenagem, tubos, válvulas, vertedor e acessórios. Desta forma, a perda de carga nestes dispositivos pode ser calculada por:

$$H_2 = K_2 T^2 \quad (3.10)$$

onde:

K_2 é o coeficiente de perda de carga turbulento, (LT^{-2}).

Desta forma, no início da operação do filtro, ou imediatamente após a sua retrolavagem, a perda de carga hidráulica total ou a altura da coluna de água acima da descarga livre do filtro será:

$$H_T = H_1 + H_2 \quad (3.11)$$

Assim, em qualquer instante durante a operação do filtro, a condição básica para que se tenha uma determinada taxa de filtração durante a operação de um filtro, é que no decorrer de seu funcionamento a carga hidráulica disponível se iguale à perda de carga total (perda de carga no meio filtrante, na camada suporte, devido à retenção de partículas no meio filtrante e devido ao sistema de drenagem, canalizações e acessórios), cujo valor aumenta ao longo do tempo da operação do filtro.

Pode-se relacionar a taxa ou velocidade de filtração com a carga hidráulica e a resistência total do filtro, pela seguinte expressão citada por Arboleda (1974):

$$\text{taxa de filtração} \propto \frac{\text{carga hidráulica disponível}}{\text{resistência total}} \quad (3.12)$$

Baseando-se na relação destes 3 parâmetros ao longo de uma carreira de filtração, há quatro condições usualmente consideradas para descrever os métodos de operação dos filtros, apresentados na Tabela 3.1.

Tabela 3.1 - Condições usualmente consideradas para descrever os métodos de operação dos filtros. Fonte: ARBOLEDA (1974).

| Carga hidráulica disponível H | Resistência total K | Taxa de filtração T | Método de operação característico |
|----------------------------------|------------------------|------------------------|-----------------------------------|
| constante | constante | constante | taxa constante com controlador |
| variável | constante | constante | taxa constante com controlador |
| constante | variável | variável | taxa declinante verdadeira |
| variável | variável | constante | distribuição equitativa de vazões |
| | | variável | taxa declinante variável |

3.2.2 Método de Filtração com Taxa Constante

A filtração com taxa constante é um método de operação no qual a taxa efluente do filtro permanece constante durante toda a carreira de filtração (AWWA Filtration Committee - 1984).

3.2.2.1 Método da Taxa de Filtração e Nível de Água Constantes

No primeiro método de operação, o nível de água em filtros de gravidade varia muito pouco, podendo-se considerar que a carga hidráulica disponível seja aproximadamente constante. Mantendo-se constante a resistência do filtro, tem-se como resultado um valor aproximadamente constante da taxa de filtração.

Neste caso, a carga hidráulica acima da descarga livre do filtro é maior do que a soma de H_1 e H_2 . Tem-se um excesso H_3 de carga hidráulica. No início da carreira de filtração o meio filtrante está limpo e para que a perda de carga seja mantida constante, H_3 deve ser dissipado por um dispositivo controlador ou válvula, cujo valor de perda de carga é igual à diferença entre a carga hidráulica total disponível e à soma das perdas de carga do meio filtrante limpo, sistema de drenagem, canalizações e acessórios, H_3 . Este dispositivo gera uma perda de carga que contrabalança o aumento da perda de carga gerada pelo processo de retenção de sólidos no meio filtrante. À medida que progride a carreira de filtração, aumenta a perda de carga devido à retenção de partículas sólidas no meio filtrante e, como resultado, a perda de carga introduzida pelo dispositivo controlador deve diminuir conforme Eq. 3.13 e Fig. 3.1 a seguir:

$$H_1 + H_2 + H_3 = H_0 \quad (3.13)$$

com H_1 e H_0 constantes, assim:

$$H_3 = H_0 - (H_1 + H_2) \quad (3.14)$$

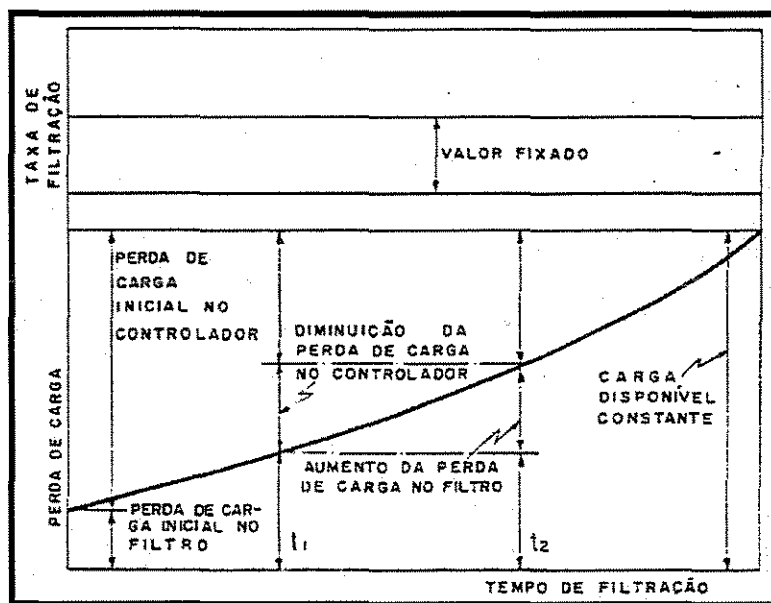


Figura 3.1: Variação da perda de carga em função do tempo para a taxa de filtração constante e nível de água constante. Fonte: DI BERNARDO (1993).

Quando o dispositivo controlador apresentar o menor valor possível de carga referente à taxa de filtração fixada, o filtro deverá ser lavado, pois daquele momento em diante, qualquer aumento da perda de carga no meio filtrante não será mais compensado pelo dispositivo controlador. Normalmente estes dispositivos de controle são automáticos e podem ser instalados na entrada ou saída dos filtros, controlando a vazão, ou, a vazão e o nível como mostrado na Fig. 3.2 :

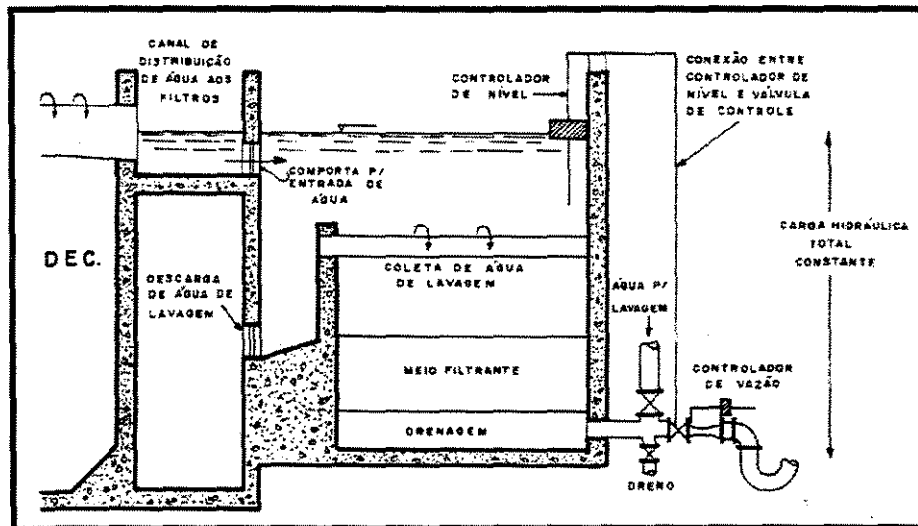


Figura 3.2: Esquema de um filtro com controlador de vazão e nível, instalado na canalização de efluente. Fonte: DI BERNARDO (1993).

Os principais inconvenientes dos filtros operados com carga hidráulica disponível constante e resistência do filtro constantes são:

1. custo elevado de equipamentos;
2. custo elevado de operação e manutenção;
3. necessidade de controle de nível, automático ou manual;
4. possibilidade de deterioração do efluente produzido devido aos ajustes de vazão de nível realizados pelos equipamentos.

3.2.2.2 Método da Taxa de Filtração Constante e Nível de Água Variável

O método de operação com carga hidráulica disponível variável e resistência do filtro constante é semelhante ao método descrito no item 3.2.2.1. Porém a variação do nível de água na caixa do filtro não é controlada. Desta forma a carga hidráulica total é variável. Assim tem-se:

$$H_1 + H_2 + H_3 = H_0 \quad (3.15)$$

A variação de nível de água gera uma carga adicional no controlador de vazão. No entanto, para que a vazão seja mantida constante, além da variação de perda de carga no meio filtrante devida à retenção de partículas, o controlador deverá compensar as variações de nível.

Este método, embora raramente empregado, apresenta os mesmos inconvenientes relativos aos custos já citados no item 3.2.2.1. Além disto, necessita de controle manual ou automático de nível, para compensar diferenças entre a vazão afluente e efluente ao filtro. Estes ajustes podem gerar variações bruscas de vazão, deteriorando a qualidade da água filtrada.

Os inconvenientes para os dois métodos de operação podem agravar-se quando os equipamentos apresentarem problemas de funcionamento ou quando não puderem sofrer manutenção adequada. O mesmo pode acontecer quando a operação do sistema não for suficientemente qualificada, levando a um descontrole do mesmo.

3.2.3 Filtração com Taxa Declinante

Filtração com taxa declinante é um método de operação no qual a taxa de filtração através do filtro declina em função do aumento da perda de carga gerado pela retenção de sólidos suspensos retidos no meio filtrante (AWWA Filtration Committee - 1984).

3.2.3.1 Método da Taxa de Filtração Variável e Nível Constante

No método de operação com carga hidráulica disponível constante e resistência do filtro variável, a carga hidráulica total disponível é mantida constante durante o período de filtração. No início da operação, a resistência do filtro é pequena (perda de carga do meio filtrante limpo, camada suporte, sistema de drenagem, tubulações e acessórios), resultando, porém, um valor elevado da taxa de filtração. Com o decorrer do tempo, aumenta a quantidade de partículas retidas nos interstícios granulares, a resistência ao escoamento torna-se maior e, desta forma, a taxa de filtração diminui.

Este método de operação, conhecido como “taxa declinante verdadeira” é raramente empregado na prática de filtração, pois há a necessidade de capacidade de reserva para acomodar o excesso de água afluyente, quando a taxa de filtração é pequena, e fornecer água aos filtros, quando a taxa de filtração é elevada.

A Fig. 3.3 ilustra, esquematicamente, a variação da taxa de filtração em função do tempo, quando a carga hidráulica total disponível é mantida constante. Este método de operação não necessita de controladores de vazão e de nível complexos, podendo exigir apenas um dispositivo limitador de vazão, como por exemplo uma placa de orifício, de forma a evitar a ocorrência de taxas de filtração muito elevadas no início da carreira.

Este método de operação é raramente empregado na prática da filtração, embora suas vantagens sobre os sistemas com taxa constante, com relação à qualidade do efluente e à duração das carreiras de filtração, tenham sido destacadas por vários autores (CLEASBY, 1972a; HUDSON, 1959; HUDSON & HAZEY, 1959). As vazões dos diversos filtros de uma estação, ao variarem independentemente umas das outras, poderão resultar numa vazão total diferente da afluyente ao sistema. Desta forma há a necessidade de capacidade de reserva para armazenar o excesso de água afluyente, quando a taxa de filtração for pequena, e fornecer água aos filtros, quando a taxa média de filtração for elevada.

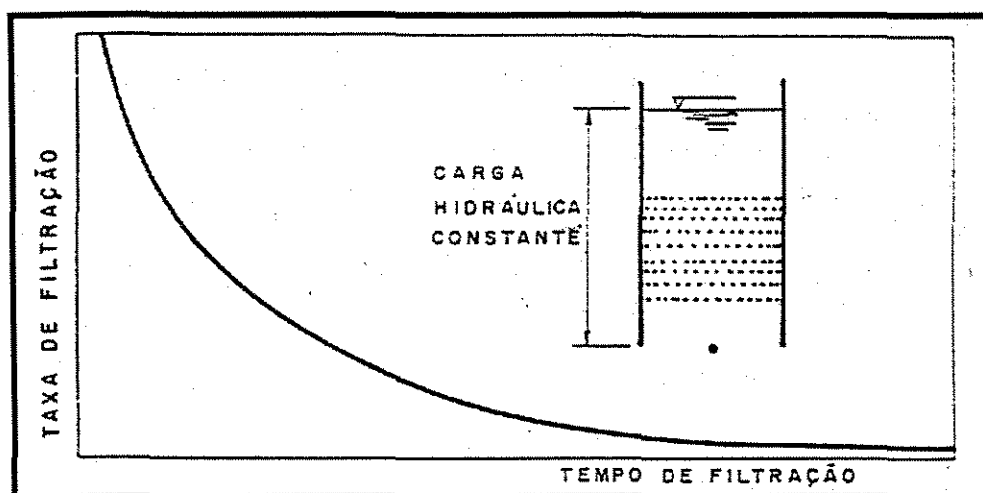


Figura 3.3: Variação da taxa de filtração em função do tempo com carga hidráulica total disponível constante. Fonte: DI BERNARDO (1993).

3.2.3.2 Método da Taxa de Filtração Constante ou Variável e Nível Variável

Neste caso, dependendo das características de entrada e saída dos filtros, a taxa de filtração poderá ser constante ou declinante quando a carga hidráulica disponível e a resistência do filtro forem variáveis.

Quando a entrada aos filtros for feita de modo que a vazão total afluyente seja dividida equitativamente (com o uso de um vertedor) e que o nível de água em cada filtro varie independentemente do nível dos demais, a vazão será constante se o aumento da resistência do filtro for acompanhado pelo aumento da carga hidráulica disponível. O nível de água variará desde um valor mínimo, quando o meio filtrante se encontrar limpo, até um valor máximo, quando o filtro deverá ser lavado. O nível de água será diferente entre os diversos filtros de uma bateria, dependendo somente do grau de colmatação do meio filtrante de cada um deles. No início da operação, o meio filtrante estará limpo, e portanto, para evitar que o nível mínimo se localize abaixo do topo da camada filtrante, deverá ser prevista a instalação de uma válvula ou outro dispositivo qualquer na

canalização de efluente para ajustar o nível mínimo. A conexão das saídas individuais dos filtros em um canal provido de vertedor poderá ser usada para este fim.

A Fig. 3.4 mostra, esquematicamente, as características principais do arranjo típico de entrada e saída dos filtros quando se emprega esse método de operação.

O sistema com distribuição equitativa de vazão apresenta diversas vantagens em relação aos sistemas anteriores (HUDSON, 1959; DI BERNARDO & CLEASBY, 1980):

1. para uma vazão total afluyente constante, a taxa de filtração é mantida constante sem a utilização de dispositivos de controle;
2. a vazão é distribuída equitativamente entre os diversos filtros através de vertedores;
3. quando um filtro é retirado de operação, a vazão correspondente ao mesmo é distribuída igualmente entre os demais da mesma bateria, de modo que o nível em cada filtro aumente gradualmente;
4. após o início de operação de um filtro recém lavado, a diminuição da taxa de filtração nos demais também é gradual sem que a qualidade do efluente seja alterada;
5. a perda de carga de um filtro é visual e depende somente do operador verificar a ocorrência do nível máximo permitido para que seja procedida a lavagem do mesmo;
6. a localização da crista do vertedor de saída, acima do topo da camada filtrante, elimina a possibilidade da ocorrência de pressão inferior à atmosférica no interior do leito filtrante;
7. a vazão de entrada em cada filtro é facilmente medida no vertedor de entrada.
8. não há custo elevado para aquisição e instalação de equipamentos controladores de vazão;
9. baixo custo de operação e manutenção;

Este método de operação também apresenta desvantagens (HUDSON, 1959; DI BERNARDO & CLEASBY, 1980):

1. o filtro deve ter uma altura adicional da caixa do filtro, devido ao vertedor de entrada, cuja descarga deve ser livre;

2. o efeito da queda de água na entrada do filtro pode acarretar quebra de flocos e possível revolvimento das camadas de materiais filtrantes, podendo provocar alteração na qualidade da água filtrada e duração da carreira de filtração, fato ainda questionável;
3. o operador precisa conhecer bem o sistema e saber prever o comportamento hidráulico dos filtros em caso de variações da vazão afluyente à ETA.

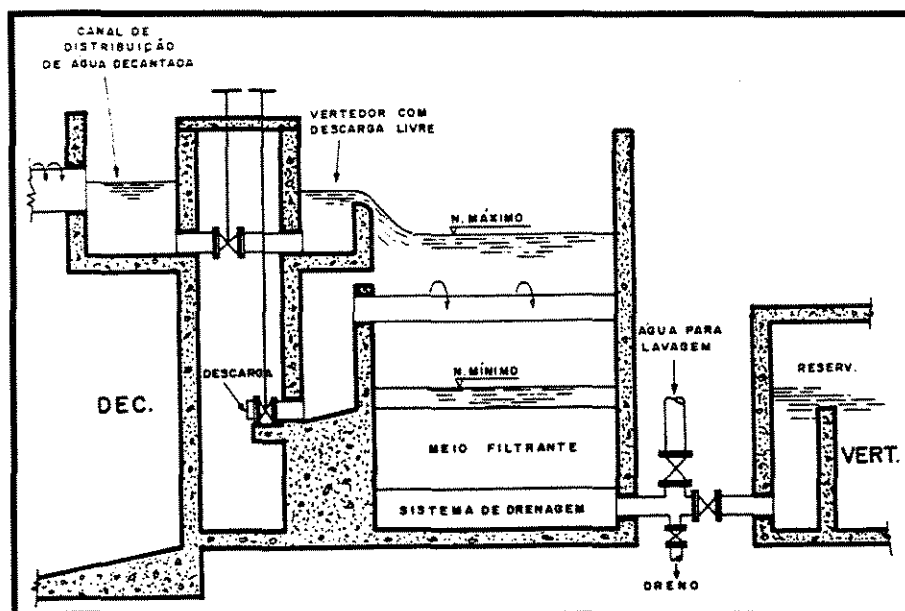


Figura 3.4: Arranjo típico de entrada e saída dos filtros - taxa constante

Fonte: DI BERNARDO (1993).

Quando a entrada de água decantada nos filtros se localizar abaixo do nível mínimo de operação dos mesmos, as unidades passam a trabalhar como vasos comunicantes, com os níveis de água interdependentes. Caso a distribuição da água seja feita por meio de tubulação ou canal de dimensões suficientemente grandes, de forma que a perda de carga seja pequena, o nível de água será praticamente o mesmo em todos os filtros, assim como a sua variação ao longo do tempo. Se, além disto, os filtros forem lavados um por vez, em intervalos de tempo significativos, configura-se o método de operação denominado taxa declinante variável. A Fig. 3.5 mostra as principais características do arranjo típico de entrada e saída desse tipo de sistema (SFTDV).

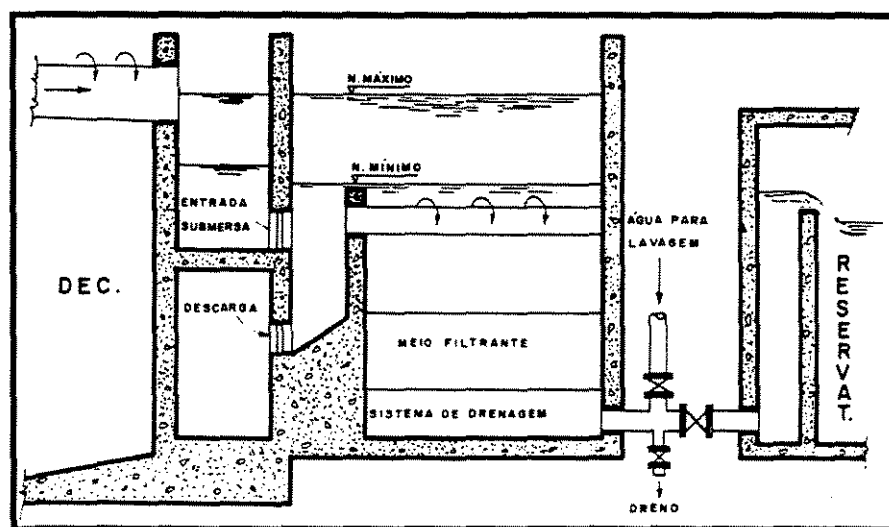


Figura 3.5: Arranjo típico de entrada e saída dos filtros - taxa declinante variável. Fonte: DI BERNARDO (1993).

O comportamento de um sistema de filtração com taxa declinante variável pode ser analisado com o auxílio da Fig. 3.6. Nesta figura pode-se ver que o nível A corresponde ao instante em que o filtro em operação a mais tempo (mais sujo) deve ser retirado para lavagem. Durante a lavagem, os demais filtros em operação devem absorver a vazão do filtro retirado de operação e, assim, o nível de água sobe até um máximo B, quando o filtro recém-lavado é colocado em operação.

Quando colocado em operação, o filtro recém-lavado permitirá a passagem de uma vazão superior àquela por ocasião de sua retirada e, desse modo, a vazão total efluente supera a vazão total afluyente com o consequente decréscimo do nível de água até atingir um valor mínimo, no caso o nível C. A partir deste ponto, o nível de água sobe em todos os filtros devido ao aumento da resistência ao escoamento devido à retenção de impurezas até que o nível A seja novamente alcançado quando outro filtro da bateria deve ser lavado.

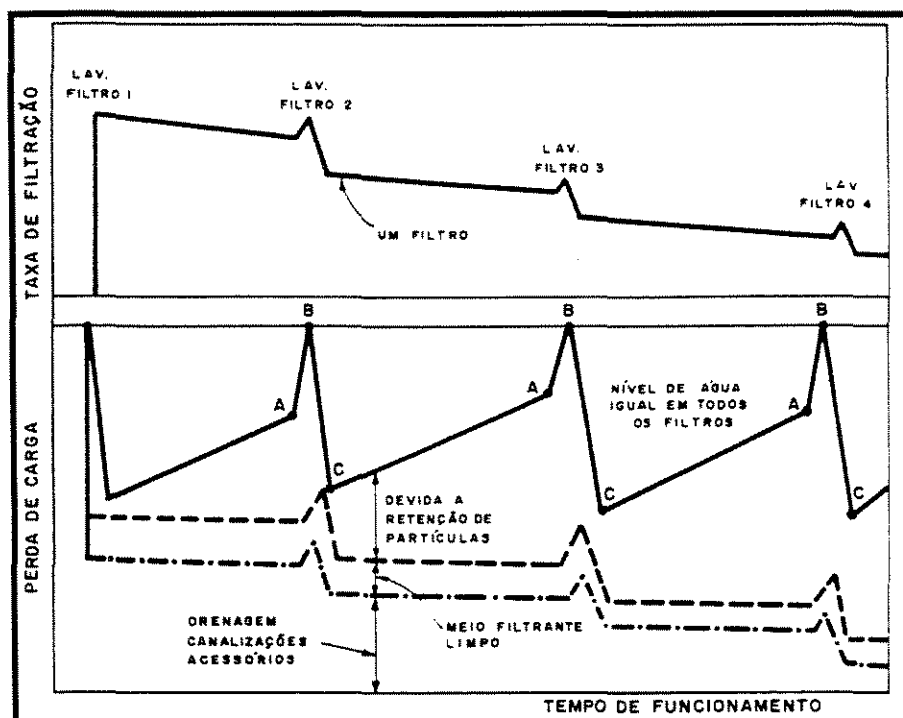


Figura 3.6: Variação da taxa de filtração, perda de carga e nível de água durante o funcionamento de um filtro . Fonte: DI BERNARDO (1993).

Em trabalhos realizados e divulgados por DI BERNARDO e CLEASBY (1980), foi verificado que a taxa de filtração em cada filtro permanece constante entre lavagens sucessivas, decrescendo em degraus, desde um valor inicial, quando o filtro limpo entra em operação, até um valor final, ocasião em que é retirado de serviço para lavagem, conforme mostram as Figs. 3.7 e 3.8 :

De acordo com CLEASBY & DI BERNARDO (1980) , as principais vantagens do sistema de taxa declinante variável sobre o de taxa constante com controlador de vazão são:

1. quando um filtro é retirado de operação para que seja efetuada a lavagem, o nível de água sobe gradualmente nos demais e, como resultado, as variações das taxas de filtração são graduais;

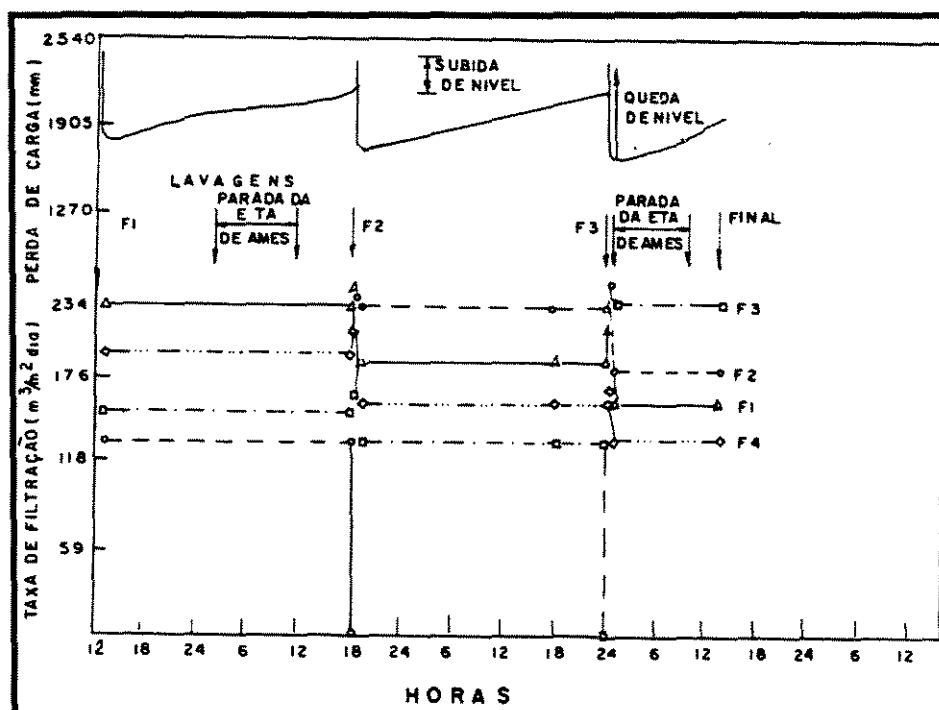


Figura 3.7 : Variação da perda de carga e taxa de filtração

Fonte: DI BERNARDO (1993).

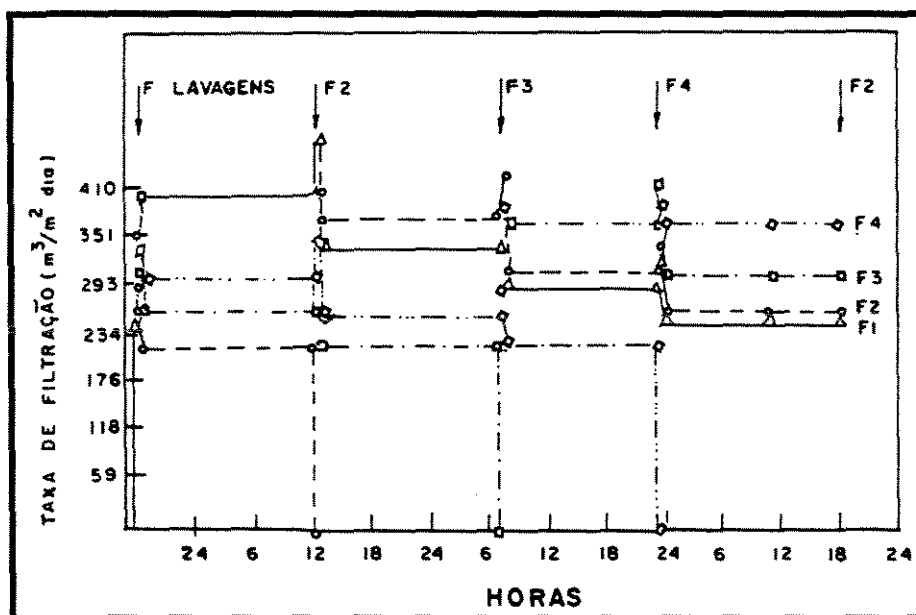


Figura 3.8: Variação da perda de carga e taxa de filtração

Fonte: DI BERNARDO (1993).

2. a perda de carga é evidente ao operador pela simples observação visual do nível de água nos filtros;
3. a qualidade do efluente é melhor quando a taxa de filtração decresce do início para o final da carreira de filtração;
4. a carga hidráulica necessária é menor para se obter carreira de filtração da mesma duração;
5. a localização da crista do vertedor de saída, acima do topo da camada filtrante, elimina a possibilidade da ocorrência de pressão inferior à atmosférica no interior do leito filtrante;
6. para uma vazão total afluente constante, a taxa média de filtração é mantida constante sem a utilização de dispositivos de controle;
7. após o início de operação de um filtro lavado, a diminuição da taxa de filtração nos demais também é gradual sem que a qualidade do efluente seja alterada;
8. não há custo elevado para aquisição e instalação de equipamentos controladores de vazão;
9. baixo custo de operação e manutenção;
10. nenhuma possibilidade de deterioração do efluente produzido devido a ajustes de vazão uma vez que não existem equipamentos de controle.

Este método de operação também apresenta desvantagens (CLEASBY & DI BERNARDO, 1980):

1. o dimensionamento hidráulico apresenta maior complexidade que os demais sistemas;
2. a vazão em cada filtro não é conhecida, dificultando a operação, a menos que medidores individuais sejam instalados;
3. o operador precisa conhecer bem o sistema, sabendo prever o comportamento hidráulico dos filtros caso ocorram mudanças na vazão afluente à estação.

É possível explicar a razão da carga hidráulica necessária em um sistema de taxa declinante variável ser inferior àquela necessária em um sistema de taxa constante, pois a perda de carga no sistema de drenagem, canalizações e acessórios decresce à medida que a taxa de filtração diminui do início para o final da carreira de filtração. Essa

recuperação da carga hidráulica é suficiente para sustentar a carreira de filtração por um período de tempo maior do que aquele possível de se obter com taxa constante. No início da carreira de filtração, a perda de carga no sistema de drenagem, canalizações e acessórios é o fator limitante e, portanto, controla a vazão máxima através do filtro. Com o decorrer do tempo, aumenta a quantidade de partículas retidas no meio filtrante, até um instante em que a perda de carga no mesmo supera a perda de carga no sistema de drenagem, canalizações e acessórios. Deste momento em diante, a perda de carga no meio filtrante controlará a taxa de filtração, a qual decrescerá do início para o final da carreira.

Pode-se observar o comportamento das taxas de filtração e do nível no canal comum de alimentação dos filtros em um sistema de filtração com taxa declinante variável na Fig. 3.9, correspondente a uma bateria de quatro filtros em operação. Nesta situação cada filtro estará trabalhando com uma taxa de filtração determinada pelo estado de colmatação do seu meio filtrante. Desta forma, o filtro que foi lavado há mais tempo trabalha com a menor taxa, enquanto o último filtro lavado trabalha com a maior. No período entre as lavagens, as taxas permanecem constantes, com o aumento da resistência dos filtros sendo compensado pelo aumento da carga hidráulica, através da elevação do nível de água de N_1 para N_2 . Quando este último é atingido, o filtro mais sujo é retirado de operação para ser lavado. Durante a lavagem, os filtros restantes devem absorver a vazão daquele retirado de operação e, assim, o nível de água sobe para N_3 . Quando o filtro recém-lavado volta a operar, passa a fazê-lo com a maior taxa, enquanto os demais manifestam uma redução proporcional dos seus valores. O nível de água desce até o valor mínimo N_1 , recomeçando a subir em seguida e repetindo-se o ciclo.

O sistema caracteriza-se por um comportamento cíclico, no qual cada filtro tem sua taxa de filtração reduzida na forma de degraus ao longo da carreira de filtração. A vazão total média do sistema é sempre mantida constante. Uma condição essencial para o funcionamento do sistema é a de que somente um filtro seja lavado de cada vez, sempre que o nível máximo de operação for atingido. A duração de cada ciclo depende da qualidade do afluente às unidades. Caso a qualidade seja praticamente constante, os intervalos entre lavagens sucessivas têm duração aproximadamente iguais.

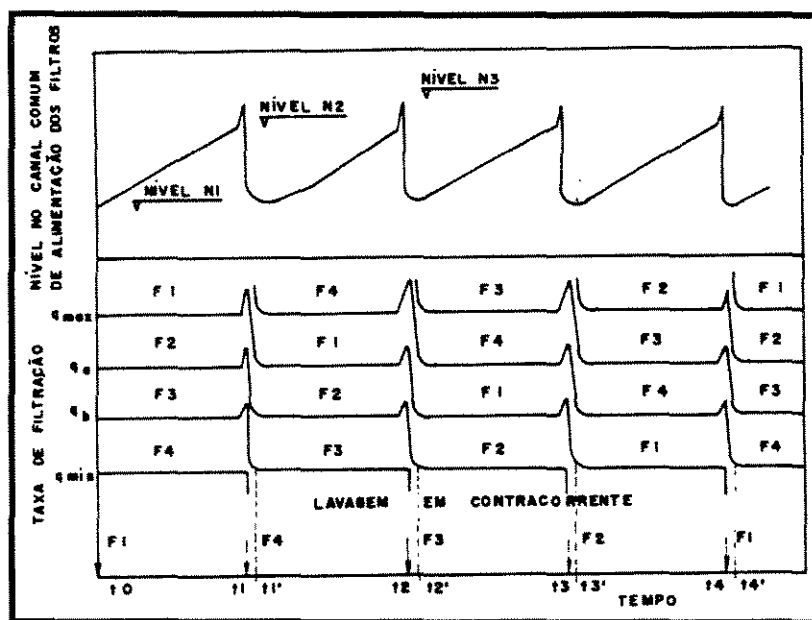


Figura 3.9: Variações típicas dos níveis de água e das taxas de filtração num sistema de filtração com taxa declinante. Fonte: DI BERNARDO (1986).

O arranjo e o comportamento típico descritos para o sistema com taxa declinante variável podem sofrer pequenas modificações em função das características específicas de uma dada instalação. Caso haja perdas de carga significativas na entrada de cada um dos filtros, os níveis nestes poderão ser um pouco diferentes entre si. desta forma, costuma-se adotar como referência o nível no canal comum de distribuição de água aos filtros. Perdas de carga significativas, tanto na entrada quanto na saída das unidades, podem ser necessárias para limitar a vazão nos filtros recém-lavados ou minimizar a ocorrência de picos, evitando-se a produção de efluente de pior qualidade.

Outra variação pode ocorrer, como no caso dos sistemas de filtração direta descendente com floculação, quando se dispõe de uma área a montante dos filtros, à qual possa estar associado um armazenamento substancial de água, conforme Fig. 3.10. Neste caso o armazenamento se estende por todas as unidades a montante dos filtros, resultando em variações menores dos níveis de água. As taxas de filtração são afetadas, apresentando mudanças mais lentas e graduais, podendo-se inclusive reduzir ou eliminar os picos que ocorrem por ocasião das operações de lavagem.

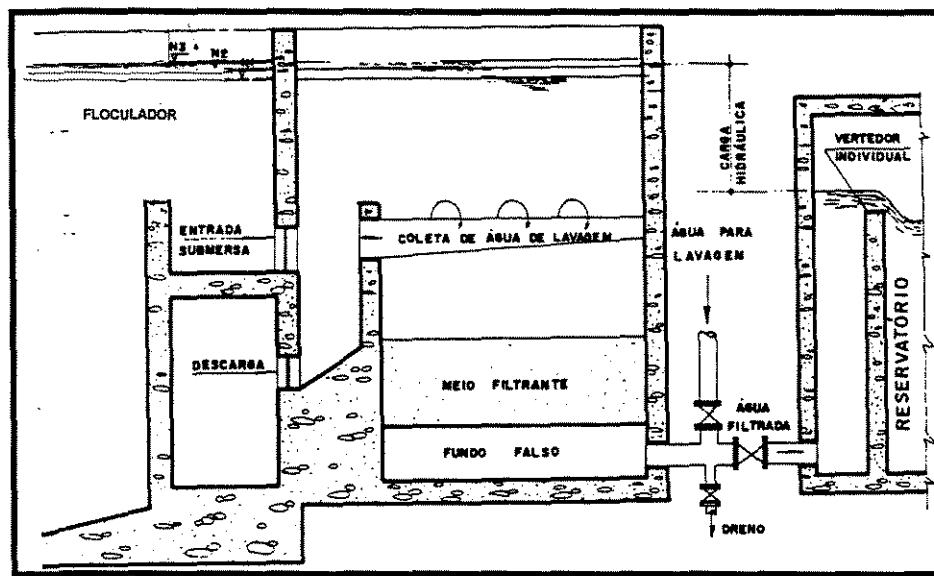


Figura 3.10: Esquema típico de um sistema de filtração com taxa declinante com armazenamento substancial a montante dos filtros. Fonte: Di Bernardo(1986-modificado).

3.3 DESEMPENHO DO FILTRO

A decisão de se usar um método de operação ou o outro, pode ser influenciado por um ou mais dos seguintes fatores:

1. qualidade da água filtrada;
2. duração da carreira de filtração;
3. produção líquida de água no filtro;
4. operação e manutenção;
5. capital e custos de operação.

3.3.1 Qualidade da Água Filtrada

A diferença na comparação da qualidade da água filtrada de filtros com as mesmas características de meio filtrante e camadas suporte e mesma qualidade da água

afluente aos filtros, operados com mesma taxa média de filtração é função do método de operação destes filtros (AWWA Committee Report - 1984).

Para se comparar os dois métodos, com taxa constante e com taxa declinante, realizou-se uma investigação para determinar a qualidade do filtrado, do início ao fim de uma carreira de filtração (AWWA Committee Report - 1984)..

Verificou-se (AWWA Filtration Committee - 1984)) que, devido à alta taxa de filtração inicial no método de operação com taxa declinante, ocorreu um maior arraste de sólidos suspenso através do meio filtrante. Porém, a qualidade do filtrado do método de operação com taxa declinante melhorou do início ao fim da carreira, devido à sua mais baixa taxa de filtração comparada com a do método de operação com taxa constante.

Em experiências realizadas em filtração em escala real concluiu-se que ambos os métodos são capazes produzir um filtrado de excelente qualidade . Porém , altas taxas de filtração afetam a qualidade da água filtrada , independente do método de operação. A qualidade do efluente também é função do projeto do meio filtrante e da eficácia do processo de pré-tratamento (AWWA Committee Report - 1984).

3.3.2 Duração da Carreira de Filtração e Produção Líquida de Água de um Filtro

A duração da carreira de filtração , a taxa de filtração e a quantidade da água usada na retrolavagem dos filtros são utilizados na determinação da produção líquida de água filtrada. A qualidade do afluente aos filtros, as características e o dimensionamento do meio filtrante, e a perda de carga total na planta afetam a produção líquida de água. Pesquisas indicam que a produção líquida diária de água é diferente para os dois métodos de operação, mesmo que os filtros sejam operados com a mesma perda de carga total . Uma variável que tem efeito significativo na produção líquida de água é a

capacidade do filtro em operar com altas taxas de filtração (AWWA Committee Report - 1984).

3.3.3 Operação e Manutenção

O sistema de filtração operado no método de operação com taxa de filtração declinante requer uma manutenção menor que aquele operado no método de operação com taxa constante, uma vez que no primeiro método não é necessário que se instale instrumentação e equipamento de controle. Porém, para se determinar as características de operação de um filtro operado em qualquer um dos métodos de operação, é recomendável que se instale um medidor de vazão e toda a instrumentação necessária, aumentando-se desta forma a necessidade de manutenção (AWWA Committee Report - 1984).

3.3.4 Capital e Custos de Operação

Para se ter o custo comparativo entre o método de operação com taxa constante e o de taxa declinante, deve considerar além da instrumentação e equipamentos mecânicos associados ao filtro, também a produção líquida do filtro. A produção líquida dos filtros que operam em cada um dos métodos de operação depende em parte da perda de carga total, que é determinada pela profundidade da caixa do filtro. Ambos os filtros devem ser dimensionados de forma que não ocorra pressão negativa no meio filtrante durante a carreira de filtração. Assim, custos comparativos devem refletir qualquer diferenças na profundidade da caixa do filtro, incluindo custos de energia associados à perda de carga total do meio filtrante. Deve-se levar em consideração também os custos de operação e manutenção associados a cada um dos métodos de operação.

3.4 MODELOS MATEMÁTICOS DE UM SISTEMA DE FILTRAÇÃO COM TAXA DECLINANTE

A seguir são apresentados alguns critérios de projeto de sistemas de filtração com taxa declinante:

3.4.1 Modelo de Hudson, Herbert E. Jr. (1981)

O objetivo do método de Hudson é o da determinação das dimensões da placa de orifício que é colocada na tubulação do efluente dos filtros (Fig. 3.11) que operam a taxas declinantes. O diâmetro desse orifício depende:

- a) da carga hidráulica disponível, que é a diferença entre o nível d'água máximo na caixa do filtro e o nível de água na caixa vertedora de água filtrada, geralmente de 1,8 a 3 m;
- b) da granulometria e espessura do leito filtrante; e
- c) do diâmetro da tubulação de água filtrada e do sistema de drenagem.

O autor propõe uma sequência de passos de projeto que podem ser acompanhados na Fig. 3.12.

1. determinação das características do filtro quanto a granulometria e espessura do leito filtrante, o sistema de drenagem e o diâmetro da tubulação;
2. determinação das perdas de carga no filtro limpo, para diversas taxas de filtração, resultando na linha A. Para traçar a linha A, considera-se o fluxo laminar, ou seja, as perdas de carga são diretamente proporcionais às velocidades. Um ponto dessa linha é obtido a partir de uma instalação piloto ou de uma fórmula teórica. Traçando-se uma reta por esse ponto e pela origem dos eixos coordenados, permite-se o conhecimento da perda de carga inicial correspondente a qualquer velocidade de filtração;
3. seleção da carga hidráulica disponível. A linha B corresponde à carga hidráulica disponível (1,8 a 3 m);
4. cálculo das perdas de carga turbulentas para diversas taxas de filtração. A diferença entre a carga hidráulica disponível e os valores das perdas de carga turbulentas no sistema de drenagem e nas tubulações de água filtrada originam pontos que definem a curva C;

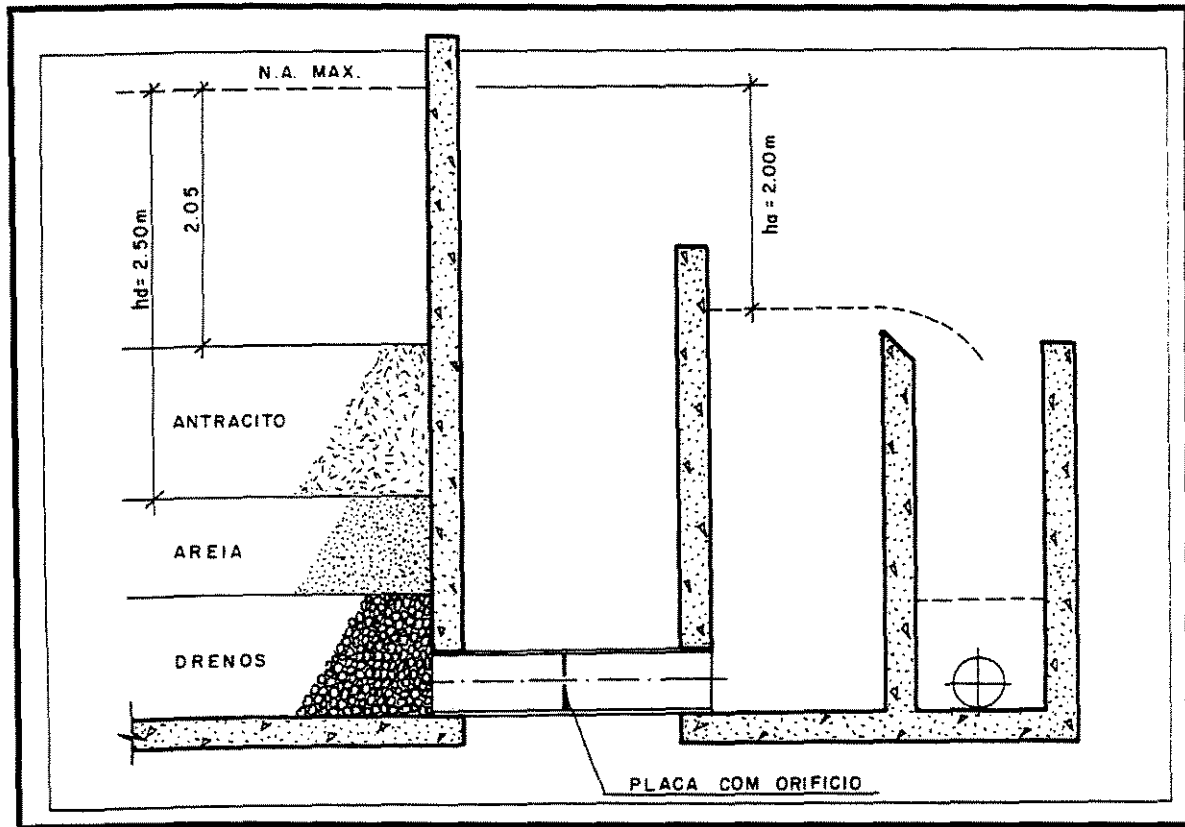


Figura 3.11: Arranjo típico de saída do filtro com placa de orifício

Fonte: LIMA 1985

5. determinação da taxa de filtração ao fim da carreira do filtro, quando é maior o risco de transpasse. Neste momento a perda de carga total deve ser igual a 2/3 da disponível. Esta taxa hidráulica é obtida a partir de um parâmetro empírico, o “índice de transpasse”, e da equação:

$$IT = v.d^3 \frac{H}{L} \quad (3.16)$$

onde:

IT: “índice de transpasse” de flocos no fim da carreira do filtro ($L^4 T^{-1}$). Os valores aceitáveis do “índice de transpasse” são os seguintes, segundo Hudson: flocos muito fracos (1); flocos fracos (2); flocos de resistência razoável (4); flocos de condições médias (8); e flocos fortes, geralmente obtidos com o auxílio de polieletrólitos (16);

v : taxa de filtração (LT^{-1} , em cm/min);

d : tamanho efetivo dos grãos de areia (L, mm.);

H : carga hidráulica absorvida pela camada de areia ($2/3$ da carga disponível) (L, em m.c.a.);

L: espessura do meio filtrante (L, m).

6. determinação do ponto D, a partir dos valores de v e H determinados no passo 5. A carga hidráulica a ser absorvida pela placa constritora colocada na canalização de água filtrada é representada pela distância horizontal entre o ponto D e a curva C;

7. cálculo das dimensões da placa de orifício a ser introduzida na tubulação de saída do filtro, de modo que as perdas de carga no meio filtrante, no sistema de drenagem, na tubulação de água filtrada e no orifício iguale a carga disponível , ou seja de modo que a perda de carga para a taxa calculada em 5) seja igual à distância horizontal entre o ponto D e a curva C. Definidas as dimensões da placa, traça-se a curva D e obtém-se o ponto A, intersecção com a linha A, que corresponde à taxa máxima de filtração no início da carreira;

8. verificação da taxa média de filtração. Uma vez conhecidas a taxa de filtração inicial da carreira do filtro e também a taxa final (ponto D), a taxa média é dada pela ordenada de um ponto E situado na curva D a meia distância entre o ponto A e o ponto D. Caso esta taxa não corresponda ao valor desejado, deve-se proceder novo cálculo, alterando-se as características do meio filtrante, ou a carga hidráulica disponível, ou as perdas de carga turbulentas, ou ainda variando-se o “índice de transpasse”, através de alterações nas condições de pré-tratamento.

O método proposto por Hudson considera que:

1. a taxa de filtração declina continuamente, caracterizando assim uma taxa declinante verdadeira;
2. a taxa média é o valor médio entre a taxa máxima e a taxa mínima, o que não ocorre, uma vez que a curva de variação da mesma não é linear;
3. o cálculo refere-se a um filtro isolado, e não a uma bateria de filtros;
4. o parâmetro básico, o “índice de transpasse”, é empírico, e sua determinação incorreta pode levar a erros consideráveis.

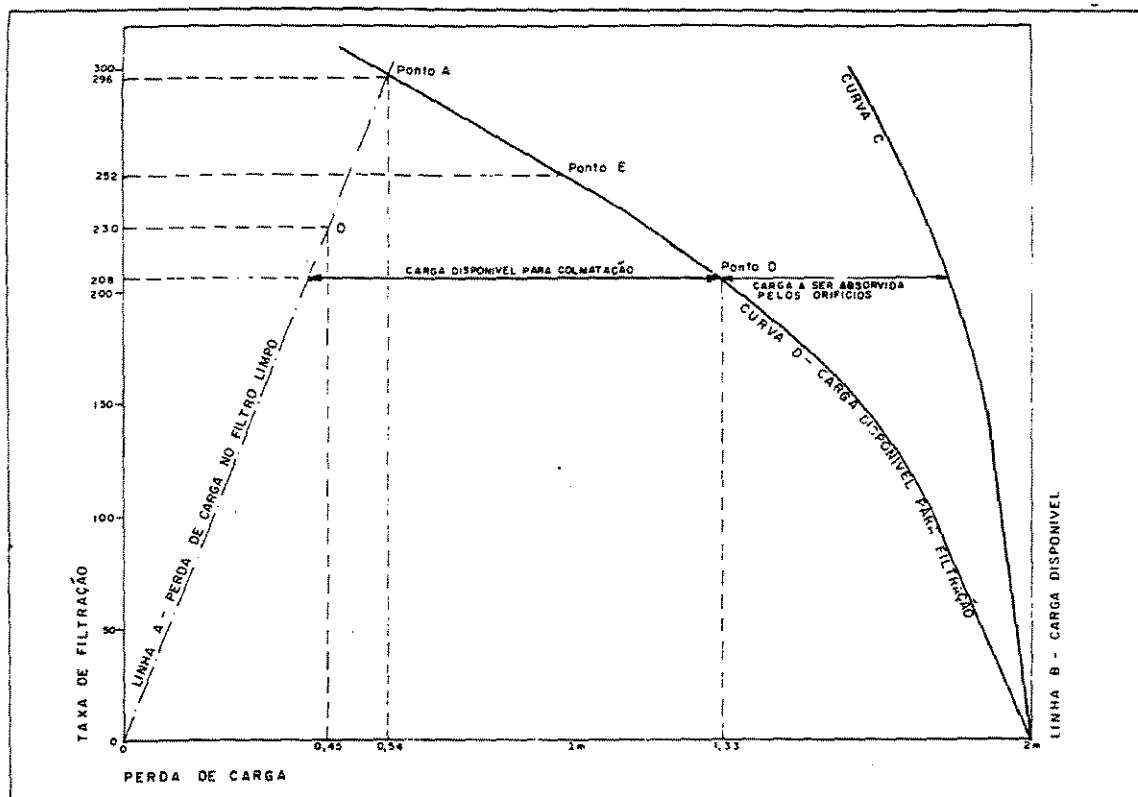


Figura 3.12: Diagrama utilizado para projeto de filtro com taxa declinante segundo Hudson. Fonte: LIMA 1985

3.4.2. Modelo de Cleasby & Di Bernardo (1980) , Cleasby (1981)

Nestes dois trabalhos são apresentados estudos sobre o comportamento hidráulico de sistemas de filtração com taxa declinante.

Este método contribuiu significativamente par projetos de SFTD, auxiliando na obtenção de dados para sua implantação, verificação da influência de parâmetros como número de filtros da bateria, carga hidráulica disponível e perdas de carga turbulentas.

Este sistema é caracterizado pela diminuição das taxas de filtração dos filtros de uma bateria, em forma de degraus, ao longo de uma carreira de filtração, conforme Fig. 3.13.

As taxas dos filtros, porém, são mantidas constantes entre lavagens consecutivas de dois filtros de uma bateria. Durante este período, para vencer o aumento da perda de carga gerada pelo acúmulo de sólidos suspensos no meio filtrante, o nível de água acima do leito filtrante sobe continuamente, a partir de um valor mínimo inicial, quando o filtro recém-lavado é posto em operação, até um nível máximo quando outra unidade deve ser lavada. Durante esta lavagem ocorrem acréscimos no nível de água e nas taxas de filtração dos demais filtros.

O estudo destes autores visa a determinação da carga hidráulica necessária, níveis de operação, e taxas dos filtros de uma bateria de forma a se obter uma determinada taxa média de filtração.

Em seu trabalho eles observaram que as variações das perdas de carga ao longo do tempo eram semelhantes em filtros idênticos, com taxa declinante e com taxa constante, operados em paralelo. Consequentemente as variações dos níveis do SFTD podem ser determinadas dividindo-se a perda de carga total ocorrida em um filtro com taxa constante, com mesma duração de carreira de filtração, pelo número de unidades do SFTD. Os autores fazem uso das curvas que relacionam as perdas de carga (do meio filtrante, camada suporte, tubulações, dispositivos de drenagem, acessórios) com as taxas de filtração, conforme Fig. 3.13. Os autores adotam a taxa máxima de filtração, no início da carreira, 1,3 a 1,5 vezes a taxa média, obtido adotando-se valores adequados para a carga hidráulica disponível (correspondente ao nível N_2), ou aumentando-se as perdas de carga turbulenta (curva 2).

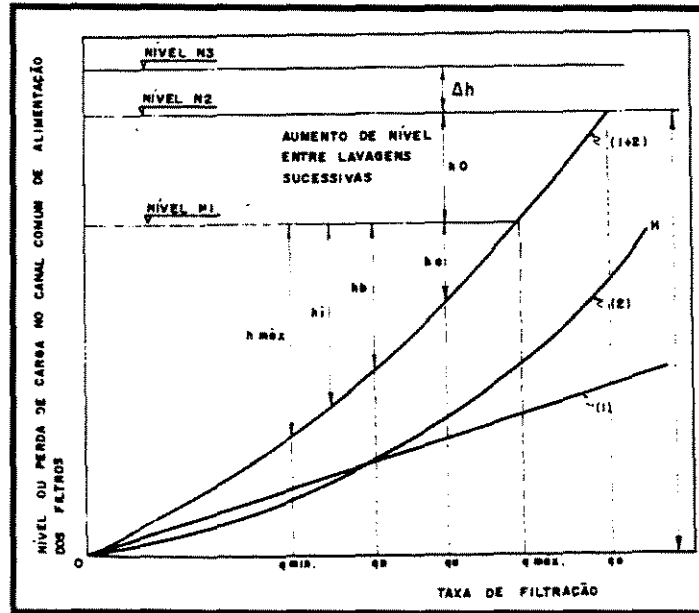


Figura 3.13: Variação do nível ou perda de carga no interior do canal comum de alimentação de água decantada aos filtros de taxa declinante.

Os autores assumiram uma distribuição simétrica das taxas de filtração em relação à taxa média, de forma a determinar as taxas de filtração. Esta aproximação supõe uma variação linear do coeficiente de permeabilidade durante a colmatação dos filtros, o que na verdade não ocorre.

Este método, não permite determinar a duração das carreiras de filtração, mas diferentemente de outros métodos, não recorreu a coeficientes empíricos.

3.4.3. Modelo de Grabovskii & Larkina (1984)

No seu artigo, Grabovskii & Larkina deduzem equações aproximadas que descrevem a variação da taxa de filtração e da permeabilidade do meio filtrante, com o tempo. Esta permeabilidade do meio filtrante, com o filtro operando em regime de filtração laminar, é determinada com a aplicação da equação de Mints (Eq. 3.17):

$$\kappa(t) = \kappa_0 (1 - \delta^n)^3 \quad (3.17)$$

onde:

$\kappa(t)$ = permeabilidade do meio filtrante em um tempo arbitrário t , (L^2);

κ_0 = permeabilidade do meio filtrante limpo, (L^2);

$\delta = \Delta m / m_0$ é o volume relativo da massa de sólidos retidos (m_0 é a porosidade do meio filtrante limpo);

n = coeficiente. Para filtração de uma suspensão não coagulada, valor assumido por Shekhtman, $n = 0,5$ e, para filtração de uma suspensão coagulada, valor assumido por Mints, $n=1$.

Partindo-se desta equação de Mints, da equação do peso dos sólidos retidos por unidade de volume no meio filtrante durante um intervalo de tempo de operação do filtro e da equação de Darcy para permeabilidade do meio, os autores obtiveram uma equação que relaciona a taxa relativa de filtração com o tempo relativo de filtração. Eles compararam esta equação resultante com uma equação que relaciona a perda de carga no meio filtrante como função da taxa de filtração, obtendo assim a equação que descreve a dinâmica da variação na taxa de filtração. Eles transformaram esta equação em uma equação diferencial, e resolveram-na pelo método numérico de Runge-Kutta a partir das condições iniciais da taxa relativa de filtração e do tempo relativo de filtração. Os resultados da solução desta equação são duas equações. A primeira equação é para o processo de filtração quando à água bruta foram adicionados coagulantes ($n=1$) e a segunda sem o uso de coagulantes ($n=0,5$). A dificuldade encontrada pelos autores na resolução destas duas equações está na determinação de um fator que leva em consideração o valor da densidade média dos depósitos que se formam nos poros do meio filtrante, cujo valor é desconhecido. Os autores resolveram este problema comparando os resultados dos dados computados com os da mudança na taxa de filtração do modelo ou no filtro industrial.

Além disso, os autores também deduzem equações para determinação da duração do ciclo máximo de filtração de forma a prover a máxima capacidade de filtração ou o menor consumo de água para uma capacidade de filtração definida. Para determinar estes tempos, os autores partem das equações que descrevem a dinâmica da mudança na taxa de filtração e também da capacidade de filtração efetiva média de um filtro rápido de filtração durante um ciclo de filtração.

Assim, o modelo matemático aproximado proposto para filtração com taxa declinante contínua, permite determinar um número importante de parâmetros de operação de filtros. No artigo, entretanto, não são apresentados resultados experimentais da aplicação destas equações.

3.4.4. Modelo de Di Bernardo (1986)

Segundo o autor, os sistemas de filtração com taxa declinante dependem fundamentalmente das condições existentes a jusante e a montante dos mesmos e, portanto, podem ser divididos em dois casos gerais: (1) com armazenamento substancial a montante dos filtros e, (2) com pequena capacidade de armazenamento a montante dos filtros. Neste trabalho DI BERNARDO (1986) discutiu a influência destas condições no comportamento dos filtros, apresentando um método racional para o dimensionamento de sistemas de filtração operados com taxa declinante.

Na Fig. 3.14 é apresentado um esquema de filtros funcionando à taxa declinante com pequena capacidade de armazenamento a montante dos mesmos.

As variações de nível e taxas de filtração em uma bateria constituída de 4 filtros resulta semelhante à apresentada na Fig. 3.9, onde são pequenos os intervalos de tempo compreendidos entre a retirada de um filtro para lavagem e o instante em que a vazão total efluente iguala à do afluente. O nível N_1 corresponde ao nível mínimo dinâmico após o filtro recém-lavado entrar em operação e ocorrer a igualdade entre a

vazão afluyente e a total efluente. Assim, o filtro recém-lavado é quem estabelece o nível N_1 . O nível N_2 refere-se ao nível em que o filtro mais sujo da bateria deve ser retirado de operação para que seja efetuada a lavagem do mesmo. Desta forma, a diferença entre os níveis ($N_2 - N_1$) corresponde ao aumento de nível ocasionado pela retenção de impurezas durante o intervalo de tempo correspondente. O nível máximo N_3 ocorre no canal de distribuição a montante dos filtros, imediatamente antes de o filtro recém-lavado entrar em operação. Portanto a diferença de nível ($N_3 - N_2$) refere-se ao aumento de nível no canal comum de distribuição de água aos filtros, se não houver um filtro de espera limpo, que possa ser colocado em operação quando o filtro mais sujo for retirado para lavagem.

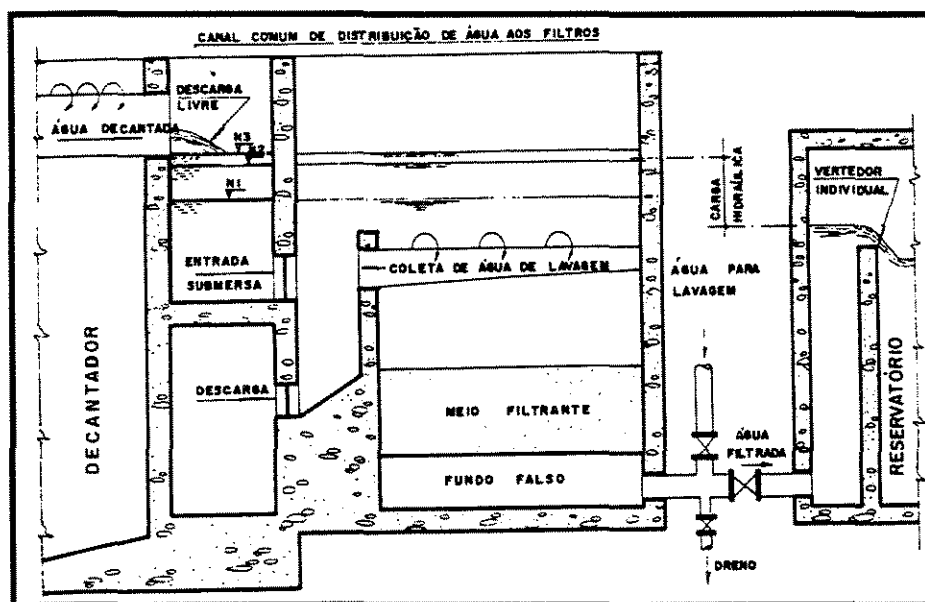


Figura 3.14: Esquema de um sistema de filtração com taxa declinante sem armazenamento substancial a montante dos filtros. Fonte: DI BERNARDO 1986.

Considerando que os filtros sejam idênticos e que a qualidade do afluyente não varie sensivelmente, os filtros funcionam como numa sucessão de estágios, isto é, o recém-lavado (F_1) trabalha com a taxa q_{\max} no intervalo $(t_0 - t_1)$, q_a em $(t'_1 - t_2)$, q_b em $(t'_2 - t_3)$ e q_{\min} em $(t'_3 - t_4)$ conforme mostrado na Fig. 3.9. As diferenças de tempo $(t_1 - t'_1)$, $(t_2 - t'_2)$, $(t_3 - t'_3)$, $(t_4 - t'_4)$ correspondem aos momentos em que ocorrem os

transientes, com aumento da taxa de filtração nos remanescentes (no início) e taxas constantes (no final dos períodos). DI BERNARDO (1986) resumiu na Tab. 3.2 o processo repetitivo descrito anteriormente, conforme a Fig. 3.9. Nesta tabela é assumido que o valor da constante de resistividade, devido à retenção de impurezas, se mantém constante durante o período de transferência. Essa hipótese baseia-se no fato de que a quantidade de matéria retirada dos filtros remanescentes nesse período não é significativa, devido ao pequeno intervalo de tempo para a lavagem do filtro. Desta forma a constante K_0 , devido à retenção de impurezas no filtro F_1 no nível N_2 será considerada a mesma nesse filtro quando o nível N_1 for novamente atingido (após o filtro F_4 , recém-lavado entrar em operação).

Como o escoamento no meio filtrante é laminar, mesmo em estágios elevados de colmatção, conforme verificado em trabalhos divulgados por CLEASBY & BAUMANN (1962) e outros pesquisadores, como citado no trabalho de DI BERNARDO (1986), as seguintes equações resultantes são apresentadas na Tabela 3.3.

Se o nível N_2 for conhecido é possível iniciar-se um processo de cálculo que permite determinar as taxas de filtração e as perdas de carga envolvidas. Conforme DI BERNARDO (1986), muitos pesquisadores mostraram que, quando a relação entre a taxa máxima e a média de filtração estiver compreendida entre 1,3 e 1,5, as carreiras de filtração resultam com duração satisfatória. Assim, pode-se fixar “a priori” o nível N_2 e no final verificar se a relação $q_{\text{máx}}/q_{\text{méd}}$ resulta próxima daqueles valores. Entretanto, a fixação desta carga hidráulica para a filtração, N_2 , deve obedecer a um certo critério, pois a taxa de filtração (q_0) sem a retenção de impurezas pode ser calculada por:

$$H = K' \cdot q_0^\alpha + K'' q_0 \quad (3.29)$$

DI BERNARDO (1986) apresentou a Eq. 3.29 de forma simplificada; o primeiro membro representa a perda de carga turbulenta e, o segundo, a laminar. É evidente que o filtro recém-lavado não pode iniciar em N_2 , fazendo com que $q_{\text{máx}}$ seja inferior a q_0 , pois:

$$H = h_0 + K' \cdot q_{\text{máx}}^\alpha + K'' q_{\text{máx}} \quad (3.30)$$

Assumindo-se o valor de $q_{\text{máx}}$ para o filtro F_1 (menor que q_0), determina-se h_0 , pelo uso da Eq. 3.30, permitindo o cálculo de K_0 . Após o filtro recém-lavado, F_4 , entrar em operação e o nível N_1 for atingido, tem-se:

$$H - h_0 = K' \cdot q_a^\alpha + K'' q_a + h_a \quad (3.31)$$

Tabela 3.2 - Taxas de filtração e perdas de carga no processo repetitivo. Fonte: DI BERNARDO 1986

| Nível | Filtro | Taxa de filtração | Perda de carga devida à retenção de impurezas | Coefficiente de resistividade devido à retenção de impurezas | Observações |
|-------|--------|-------------------|---|--|---|
| N_1 | F_1 | $q_{\text{máx}}$ | zero | zero | condição inicial |
| | F_2 | q_a | h_a | k_0 | |
| | F_3 | q_b | h_b | k_a | |
| | F_4 | q_{min} | $h_{\text{máx}}$ | k_b | |
| N_2 | F_1 | $q_{\text{máx}}$ | h_0 | k_0 | antes da lavagem de F_4 |
| | F_2 | q_a | $h_a + h_0$ | k_a | |
| | F_3 | q_b | $h_b + h_0$ | k_b | |
| | F_4 | q_{min} | $h_{\text{máx}} + h_0$ | $k_{\text{máx}}$ | |
| N_3 | F_1 | $q_{\text{máx}}$ | zero | zero | após F_4 entrar em operação na condição de equilíbrio |
| | F_2 | q_a | h_a | k_0 | |
| | F_3 | q_b | h_b | k_a | |
| | F_4 | q_{min} | $h_{\text{máx}}$ | k_b | |

Tabela 3.3. Equações do escoamento laminar no filtro F_1 . Fonte: DI BERNARDO 1986.

| Tempo | Nível | Condição | Equação | Equação Número |
|--------|-------|--|---|----------------------|
| t_0 | N_1 | início | $h_0 = 0$ | (3.18) |
| t_1 | N_2 | antes da lavagem de F_4 | $h_0 = k_0 \cdot q_{m\acute{a}x}$ | (3.19) |
| t'_1 | N_1 | após F_4 (limpo) entrar em operação | $h_a = k_0 \cdot q_a$ de (3.19) e (3.20) obtém-se: $h_a = h_0 \cdot \frac{q_a}{q_{m\acute{a}x}}$ | (3.20) (3.21) |
| t_2 | N_2 | antes da lavagem de F_3 | $h_a + h_0 = k_a \cdot q_a$ | (3.22) |
| t'_2 | N_1 | após F_3 (limpo) entrar em operação | $h_b = k_a \cdot q_b$ de (3.22) e (3.23) resulta: $h_b = (h_0 + h_a) \cdot \frac{q_b}{q_a}$ | (3.23) (3.24) |
| t_3 | N_2 | antes da lavagem de F_2 | $h_b + h_0 = k_b \cdot q_b$ | (3.25) |
| t'_3 | N_1 | após F_2 (limpo) entrar em operação | $h_{m\acute{a}x} = k_b \cdot q_{min}$ de (3.25) e (3.26) tem-se: $h_{m\acute{a}x} = (h_b + h_0) \cdot \frac{q_{min}}{q_b}$ | (3.26) (3.27) |
| t_4 | N_2 | final da carreira de filtração de F_1 | $(h_{m\acute{a}x} + h_0) = k_{m\acute{a}x} \cdot q_{min}$ | (3.28) |

Obtém-se h_a , q_a e determina-se K_a e assim sucessivamente, até que todas as taxas sejam conhecidas. Se a soma $(q_{m\acute{a}x} + q_a + q_b + q_{min})$ resultar igual a $4 \cdot q_{méd}$, o problema está resolvido. Caso contrário, outro valor de $q_{m\acute{a}x}$ ou H deve ser escolhido, repetindo-se os cálculos até que essa condição seja atendida.

O mesmo procedimento pode ser repetido para a determinação do nível N_3 e das taxas de filtração nos remanescentes quando um filtro está sendo lavado.

DI BERNARDO & CLEASBY (1980) verificaram que, devido à ausência de armazenamento a montante dos filtros, a vazão total efluente se aproxima da afluente, no final da lavagem de um filtro de bateria, resultando valores consideráveis da diferença $(N_3 - N_2)$. Entretanto, nas estações em escala real eles observaram que essa situação raramente ocorre, pois o tempo necessário para essa igualdade, entre a vazão total efluente e a afluente, é geralmente superior ao tempo destinado à lavagem de um filtro, aliado ao fato de que sempre ocorre um certo armazenamento no canal comum de distribuição de água aos filtros. Assim sendo, o nível N_3 , obtido a partir da hipótese de que a vazão total efluente iguale a afluente, é a condição mais desfavorável que poderá ocorrer nas instalações em escala real.

Assumindo-se a constante de resistividade para cada filtro permaneça inalterada durante a lavagem de um filtro, obtém-se as equações conforme mostra a Tab.3.4:

Tabela 3.4 - Determinação do nível N_3 e das taxas de filtração nos remanescentes durante a lavagem de um filtro de bateria composta de 4 filtros. Fonte: DI BERNARDO (1986).

| Nível | Condição | Equação |
|-------|---|---|
| N_2 | antes do filtro sujo ser retirado de operação | $K'q_{\max}^{\alpha} + (K'' + K_0) q_{\max} = H \quad (3.32)$ |
| | | $K'q_a^{\alpha} + (K'' + K_a) q_a = H \quad (3.33)$ |
| | | $K'q_b^{\alpha} + (K'' + K_b) q_b = H \quad (3.34)$ |
| | | $K'q_{\min}^{\alpha} + (K'' + K_{\max}) q_{\min} = H \quad (3.35)$ |
| | | $q_{\max} + q_a + q_b + q_{\min} = 4 q_{\text{med}} \quad (3.36)$ |
| N_3 | vazão total efluente igual à vazão afluente | $K'q_{\max}^{*\alpha} + (K'' + K_0) q_{\max}^* = H + \Delta h \quad (3.37)$ |
| | | $K'q_a^{*\alpha} + (K'' + K_a) q_a^* = H + \Delta h \quad (3.38)$ |
| | | $K'q_b^{*\alpha} + (K'' + K_b) q_b^* = H + \Delta h \quad (3.39)$ |
| | | $q_{\max}^* + q_a^* + q_b^* = 3 q_{\text{med}}^* \quad (3.40)$ |
| | | $q_{\text{med}}^* = (4/3) q_{\text{med}} \quad (3.41)$ |

A conclusão do referido autor, com base na hipótese de que o escoamento através do meio filtrante é laminar desde o início até o fim da carreira de filtração, foi da possibilidade de determinação das taxas de filtração e das variações de nível em um sistema de taxa declinante. Ele também observou que os valores teóricos de Δh , $N_3 - N_2$ e das taxas de filtração nos filtros remanescentes durante a lavagem de um filtro da bateria resultaram maiores que os experimentais, já que foi suposto que a vazão total efluente seria igual à afluente.

CLEASBY & DI BERNARDO (1980) e ARBOLEDA (1974) discutiram com detalhes a influência do número de filtros e da taxa média de filtração, o que poderia ser verificado mediante a generalização do modelo mostrado a seguir:

a) Durante a filtração - conhecidos K' , K'' , α , H , $q_{méd}$, N

$$q_{máx} = F \cdot q_0 \quad (3.42)$$

$$0,7 \leq F \leq 1,0 \quad (3.43)$$

$$K_0 = \frac{(h_0 + h_i)}{(2 \cdot q_{máx})}; \text{ para } i = \text{zero} \quad (3.44)$$

$$H = K' q_i^\alpha + K'' \cdot q_i + h_0 + h_i; \text{ para } 1 \leq i \leq (N - 1) \quad (3.45)$$

$$h_i = K_{i-1} \cdot q_i \quad (3.46)$$

$$K_i = \frac{(h_0 + h_i)}{q_i}; \text{ para } i \neq \text{zero} \quad (3.47)$$

$$\sum_{i=0}^N q_i = N \cdot q_{méd}; \text{ (} 1 \leq i \leq N \text{)} \quad (3.48)$$

b) Durante a lavagem

$$K' \cdot q_i^\alpha + K'' \cdot q_i + K_i q_i = H \text{ para } 1 \leq i \leq N \quad (3.49)$$

$$K' q_i^{\alpha-1} + (K'' + K_i) q_i = H + \Delta h \text{ para } 1 \leq i \leq N - 1 \quad (3.50)$$

$$\sum_{i=1}^{N-1} q_i^* = (N - 1) \cdot q_{méd}^*, \text{ (} 1 \leq i \leq N - 1 \text{)} \quad (3.51)$$

$$\left[\frac{N}{N - 1} \right] \cdot q_{méd} = q_{méd}^* \quad (3.52)$$

3.4.5 Método de Teixeira (1991)

O autor propôs um método para determinação de dados de um sistema de filtração com taxa declinante variável a partir de uma instalação com taxa de filtração constante. Este método permite obter os parâmetros de operação e projeto de um sistema com taxa declinante composto por um número qualquer de filtros, a duração das carreiras de filtração sob diferentes condições de vazão e qualidade do afluente e os intervalos entre lavagens.

Em seu trabalho o autor considerou a seguinte sequência de passos:

1. definição das características do meio filtrante (materiais, granulometria, espessura(s) da(s) camada(s)); disposição das unidades (dimensões, número, sistema de drenagem, tubulações e acessórios, tipo de lavagem); pré-tratamento (produtos químicos, dosagens, etc);
2. montagem de um filtro piloto para trabalhar com taxa constante e nível variável, tendo meio filtrante idêntico ao definido no passo anterior;
3. obtenção, na instalação piloto, da curva de variação da perda de carga no meio filtrante limpo em função da taxa de filtração;
4. cálculo teórico da equação de perda de carga turbulenta em função da taxa de filtração (caso seja possível a reprodução das características geométricas do filtro na instalação piloto, pode-se obter a curva real);
5. aplicação do modelo de DI BERNARDO (1986) , considerando-se as curvas obtidas nos passos anteriores e os valores definidos para a taxa média de filtração, o número de filtros e a carga hidráulica disponível, obtendo-se os níveis de operação e as taxas nas unidades do SFTD;
6. operação do filtro piloto com taxa constante, mantida igual à taxa máxima do SFTD, para uma variação de perda de carga devida à retenção de impurezas igual à variação de nível ($N_2 - N_1$) no SFTD, obtida no item anterior;
7. multiplicação do intervalo de tempo (Δt), correspondente àquela de nível ($N_2 - N_1$), pelo número de filtros da bateria da estação de tratamento, obtendo-se a duração da carreira de filtração.

A partir das considerações teóricas e dos resultados experimentais, TEIXEIRA (1991) concluiu que, é possível obter-se a duração dos ciclos de um SFTD a partir da operação de um filtro piloto trabalhando com taxa constante e igual à mesma prevista.

3.4.6 Método de Machado (1995)

Em seu trabalho o autor propôs uma modelação matemática para previsão das taxas de filtração e níveis de operação em um sistema de filtração com taxa declinante variável, levando em consideração o armazenamento adicional de água a montante dos filtros.

MACHADO (1995) também desenvolveu uma metodologia para determinação do nível operacional mínimo de água a montante de uma bateria de filtros de um SFTD com e sem armazenamento de água adicional, operada com taxa declinante variável, utilizando-se um único filtro piloto.

Com base nas considerações teóricas e dos resultados experimentais, o modelo teórico proposto foi comprovado, obtendo-se resultados satisfatórios na simulação das taxas de filtração e dos níveis de operação para diferentes capacidades adicionais de armazenamento de água a montante dos filtros.

3.4.7 Método Gráfico de MENDES, Carlos G. da N. (1999) - Solução gráfica para a determinação de taxas de filtração e níveis de água em sistemas de filtração com taxa declinante.

A solução gráfica proposta pelo autor é baseada no método proposto por DI BERNARDO (1986), usado por projetistas de ETAs para dimensionamento de sistemas de filtração com taxa declinante variável. Esta solução para uma bateria de 4 filtros pode

ser obtida em papel milimetrado, formato A4 ou A3, conforme etapas apresentadas nas Figs. 3.15, 3.16, 3.17, 3.18 e 3.19.

Partindo-se dos elementos básicos da instalação a ser projetada:

- perda de carga no material filtrante limpo H_1 (L), obtida da equação de Carman-Kozeny e das características dos materiais filtrantes específicos, expressa em função da taxa de filtração;
- perda de carga na comporta de entrada de água decantada aos filtros, sistema de drenagem do fundo dos filtros, tubulação, válvulas e vertedor de saída de água filtrada, denominada de perda de carga turbulenta H_2 (L), expressa em função da taxa de filtração;
- número de filtros da bateria;
- taxa média de filtração adotada para o projeto T_m (LT^{-1});

Traçam-se, conforme Fig. 3.15, as curvas de $(H_1) \times (T)$; $(H_2) \times (T)$; $(H_1 + H_2) \times (T)$;

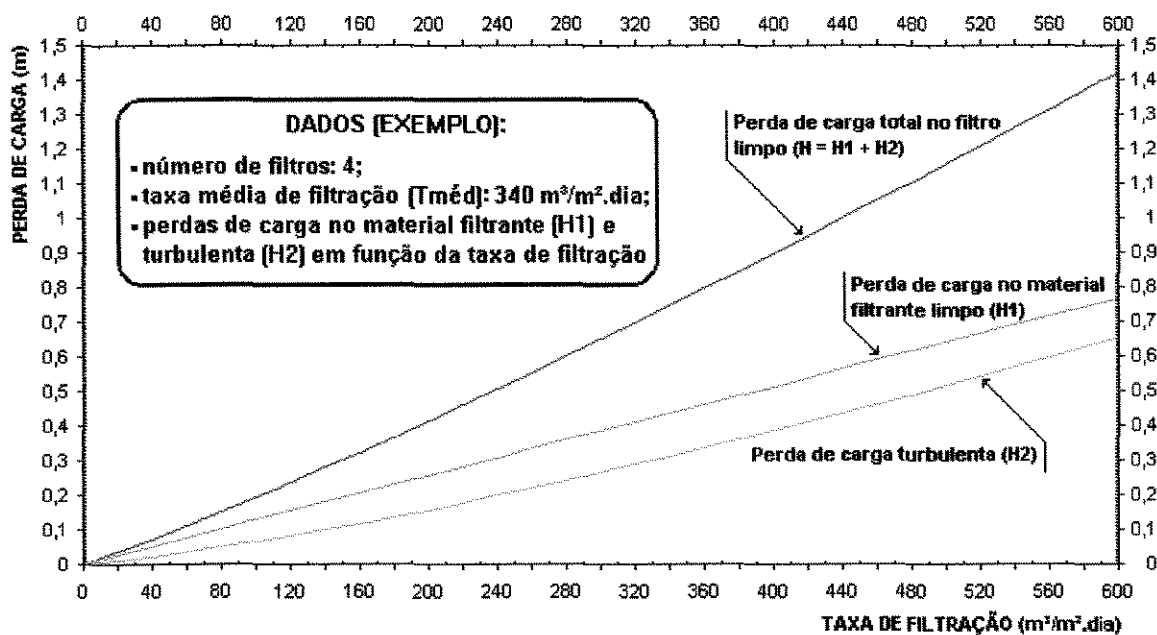


Figura 3.15: Perdas de carga no material filtrante limpo, turbulenta e total em função da taxa de filtração. Fonte: MENDES 1999.

Limitando-se a taxa máxima, que ocorrerá no filtro recém lavado da bateria, a um valor, normalmente menor que $1,5 \times T_m$, determina-se, automaticamente o valor de N_1 - nível de água mínimo operacional, que ocorrerá logo após a colocação de filtro recém lavado em funcionamento e obtenção de equilíbrio entre as vazões afluente e efluente dos filtros da bateria, conforme pode ser observado na Fig 3.16. A elevação de N_1 para N_2 - nível de água a ser estabelecido para retirada do filtro mais sujo da bateria para lavagem, é valor desconhecido, porém, deve-se adotá-la, como estimativa para posterior verificação, o que permitirá dar continuidade ao processo.

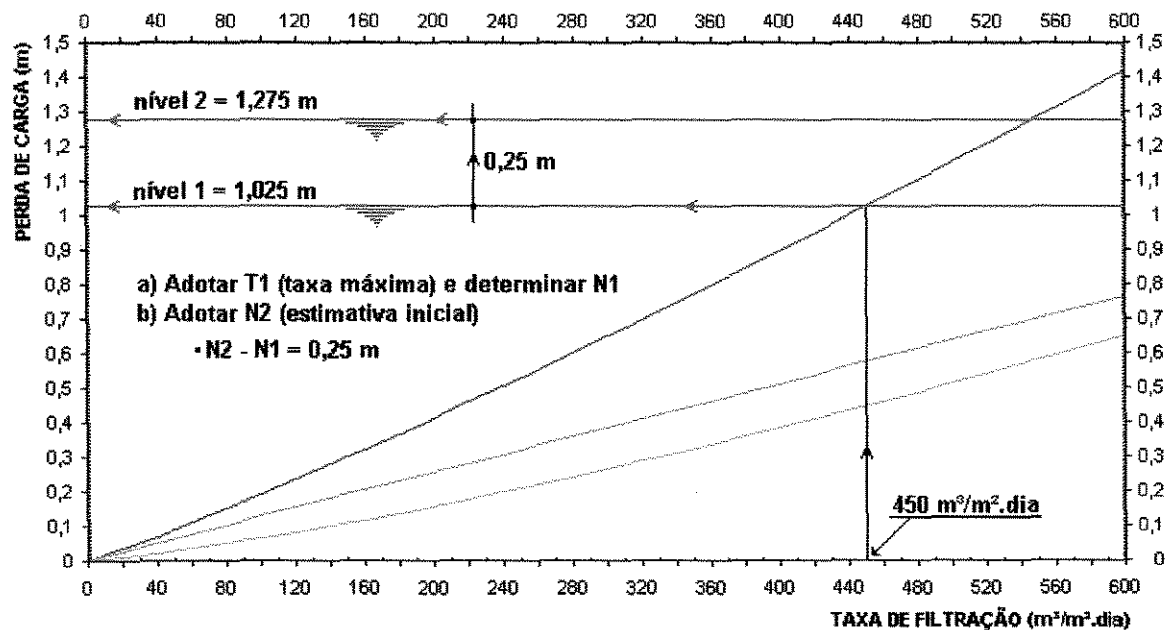


Figura 3.16: Imposição da taxa máxima de filtração, determinação de N_1 e estimativa inicial para N_2 . Fonte: MENDES 1999.

Durante a elevação N_1 para N_2 , admite-se que as taxas de filtração em cada unidade, permanecem constantes, fato muito próximo do observado em instalações em escala real, havendo uma compensação equitativa entre o aumento da carga hidráulica proporcionado pela elevação do nível, e o aumento da resistência ao escoamento devido à contínua retenção de impurezas em cada filtro. Assim, o valor de H_1 para a taxa de filtração em que trabalha o filtro F_1 (filtro mais limpo da bateria), na Fig. 3.17 designado

de P_1 , deve sofrer um acréscimo igual a variação de N_1 para N_2 , passando ao valor de P_1' . É possível, assim traçar-se a nova curva de perda de carga no material filtrante (H_1') e perda de carga total para o filtro mais limpo da bateria, após a primeira elevação de nível (Fig. 3.17).

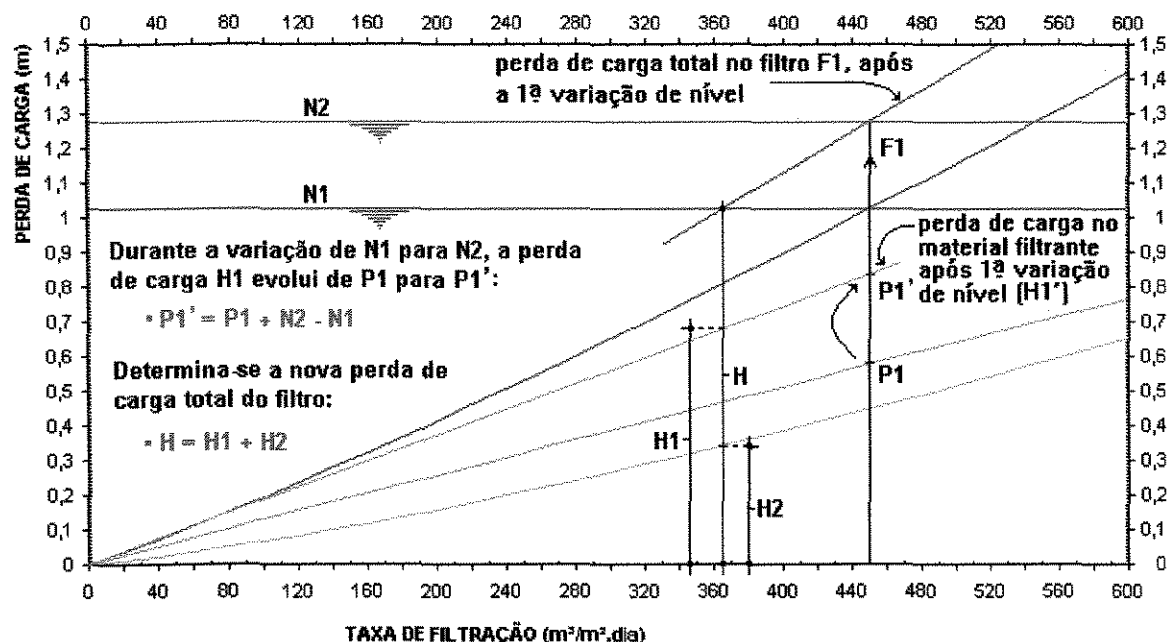


Figura. 3.17: Determinação da perda de carga total para o filtro mais limpo da bateria, após a 1ª elevação de N_1 para N_2 , e da taxa de filtração que passará a operar após retorno do filtro lavado ao funcionamento. Fonte: MENDES 1999.

Com o retorno do filtro, que havia sido retirado para lavagem, novamente para o funcionamento, o nível de água no canal comum de alimentação dos filtros, tenderá, novamente ao valor de N_1 (supondo-se K_2 constante), tendo em vista a menor resistência da bateria ao escoamento de água, proporcionada pelo filtro recém lavado. Respeitando-se as perdas de carga totais atuantes em cada filtro da bateria e, cada um em seu estágio crescente da colmatação, e portanto, perda de carga mais acentuada, é possível a determinação de suas respectivas taxas de filtração, sejam quantos filtros forem, conforme pode ser observado na Fig. 3.18. A média aritmética de todas as taxas de filtração obtidas deverá coincidir com o valor da taxa de filtração média desejada (T_m),

o que , em caso contrário, incorrerá na necessidade de correção da estimativa inicial adotada para a variação entre N_1 e N_2 .

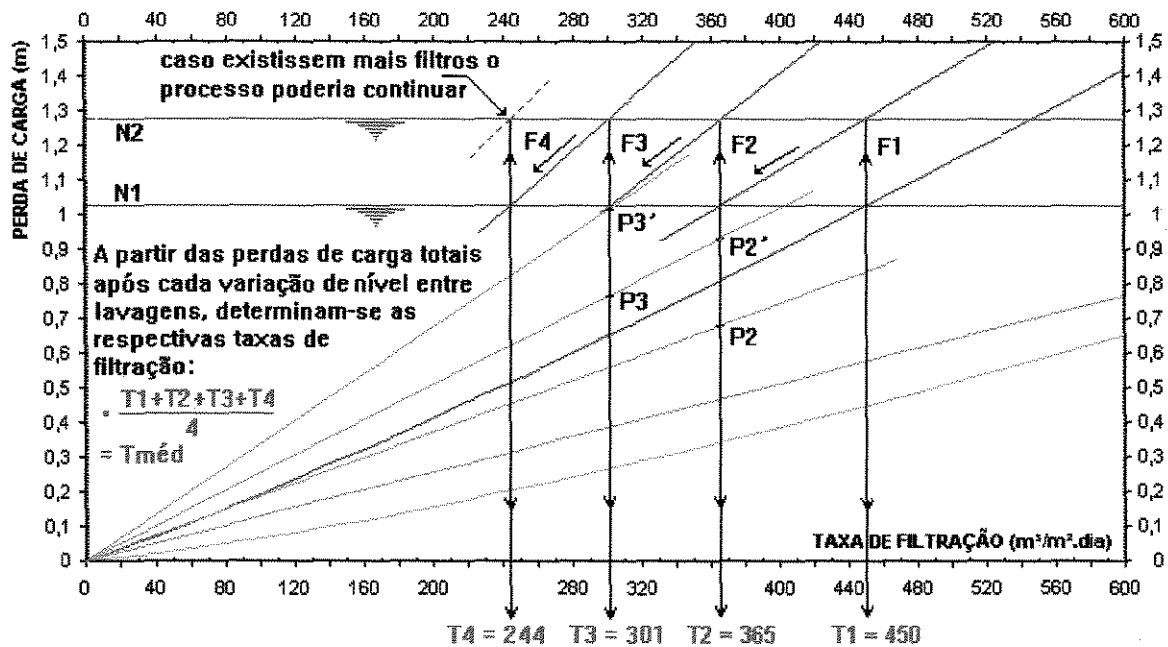


Figura. 3.18. Determinação das taxas de filtração de todos os filtros da bateria e aferição da estimativa inicial de variação de N_1 para N_2 . Fonte: MENDES 1999.

A determinação de taxas de filtração nos filtros que continuam em operação durante a lavagem do filtro mais sujo, são facilmente determinadas para qualquer estágio pré ou pós equilíbrio de vazões afluente e efluente dos filtros. O nível máximo operacional (N_3), que somente ocorrerá após novo equilíbrio de vazões é determinado conforme desenvolvimento na Fig. 3.19, quando a relação entre o somatório das taxas de filtração dos filtros remanescentes e o número total de filtros da bateria coincidir com o valor de T_m .

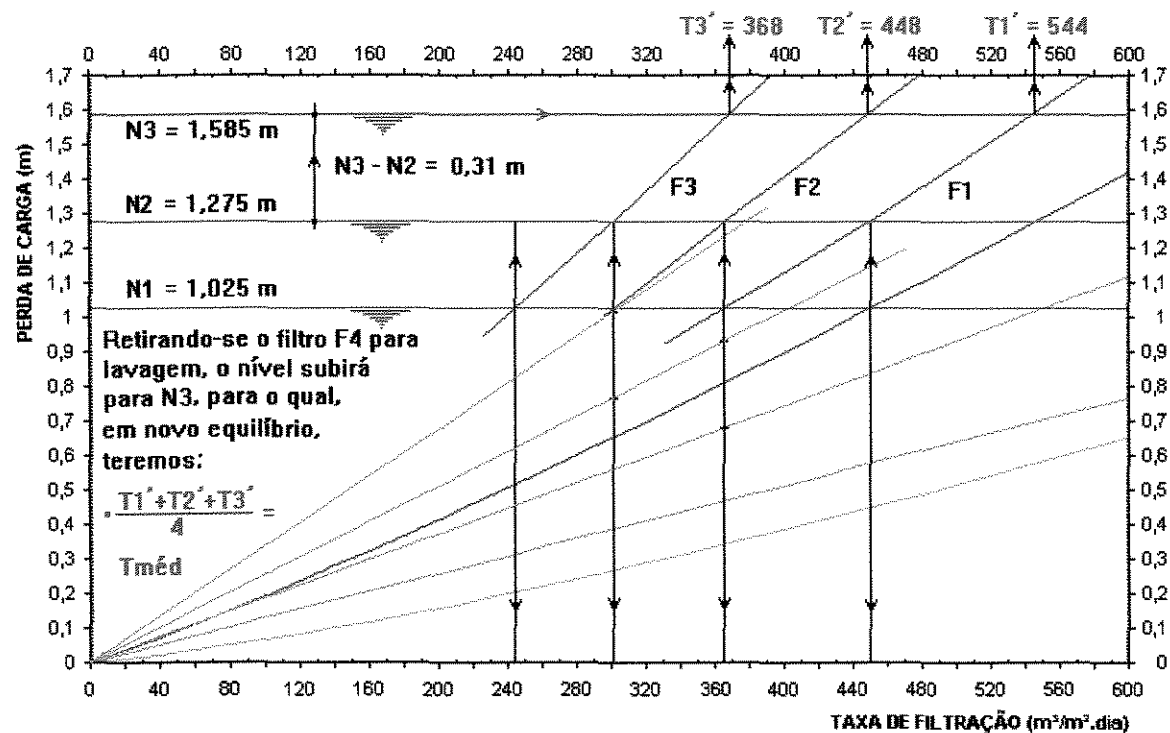


Figura. 3.19. Determinação de N_3 e taxas de filtração para os filtros remanescentes, durante lavagem do mais sujo da bateria. Fonte: MENDES 1999.

4 METODOLOGIA

4.1 INTRODUÇÃO

O método gráfico e o modelo matemático propostos no presente trabalho, baseiam-se nas hipóteses do modelo de DI BERNARDO (1986), descritas no item 3.4.5, para dimensionamento de sistemas de filtração com taxa de filtração declinante variável.

Neste método, parte-se do conhecimento do coeficiente (K_{10}) de perda de carga laminar (meio filtrante e camada suporte) de um filtro limpo, do coeficiente (K_2) de perda de carga turbulenta (vertedores, sistema de drenagem, tubos, singularidades, válvulas e demais acessórios), do número (n) de filtros da bateria ($n \geq 4$), da taxa média definida (T_{medd}) de filtração, e da taxa máxima (T_{max}) de filtração para que não ocorra transpasse de sólidos suspensos pelo meio filtrante, ou, do nível (N_3) máximo, para que os filtros não transbordem. Conhecendo-se os valores destas variáveis, pode-se determinar, através deste método gráfico e do modelo matemático, as taxas de filtração ($T_1, T_2, \dots, T_i, \dots, T_n$) dos filtros da bateria em operação normal e das taxas de filtração ($TR_1, TR_2, \dots, TR_i, \dots, TR_{n-1}$) durante o processo de lavagem do filtro mais sujo. Além disso, é possível determinar os níveis de água no canal comum de alimentação dos filtros, desde o instante no qual o filtro recém-lavado é colocado em operação e entra em equilíbrio dinâmico com os demais filtros da bateria, até o instante da retirada do filtro com o meio filtrante mais colmatado, para lavagem e seu retorno, já limpo ao sistema.

A metodologia proposta é descrita, inicialmente em um exemplo com 4 filtros no item 4.2 e, de forma generalizada e sucinta, no item 4.3.

4.2 MÉTODO GRÁFICO PROPOSTO - EXEMPLO

Neste item exemplifica-se a metodologia de cálculo das taxas de filtração durante operação normal e durante o procedimento de lavagem do filtro mais sujo e dos níveis de operação de um sistema de filtração rápida com taxa declinante para uma bateria de $n = 4$ filtros. A metodologia é descrita pelos seguintes passos:

1. Define-se o coeficiente (K_{10}) de perda de carga laminar de um filtro após lavagem (limpo). A partir do conhecimento deste valor, pode-se calcular a perda de carga laminar do meio filtrante limpo, H_{10} , obtida pelo uso da equação de Fair Hatch e das características dos materiais do meio filtrante e camada suporte especificados, expressa em função da taxa de filtração, conforme Eq. 4.1:

$$H_{10} = K_{10} \cdot T \quad (4.1)$$

onde:

H_{10} = perda de carga no meio filtrante e na camada suporte após lavagem (limpos) (m);

T = taxa de filtração ($m^3/m^2/dia$);

K_{10} = coeficiente de perda de carga laminar do meio filtrante e da camada suporte após lavagem (limpos). Neste exemplo adotou-se $K_{10} = 0.0015$ dia.

Na Fig. 4.1 representa-se o comportamento da perda de carga H_1 em função da taxa de filtração para a Eq. 4.1.

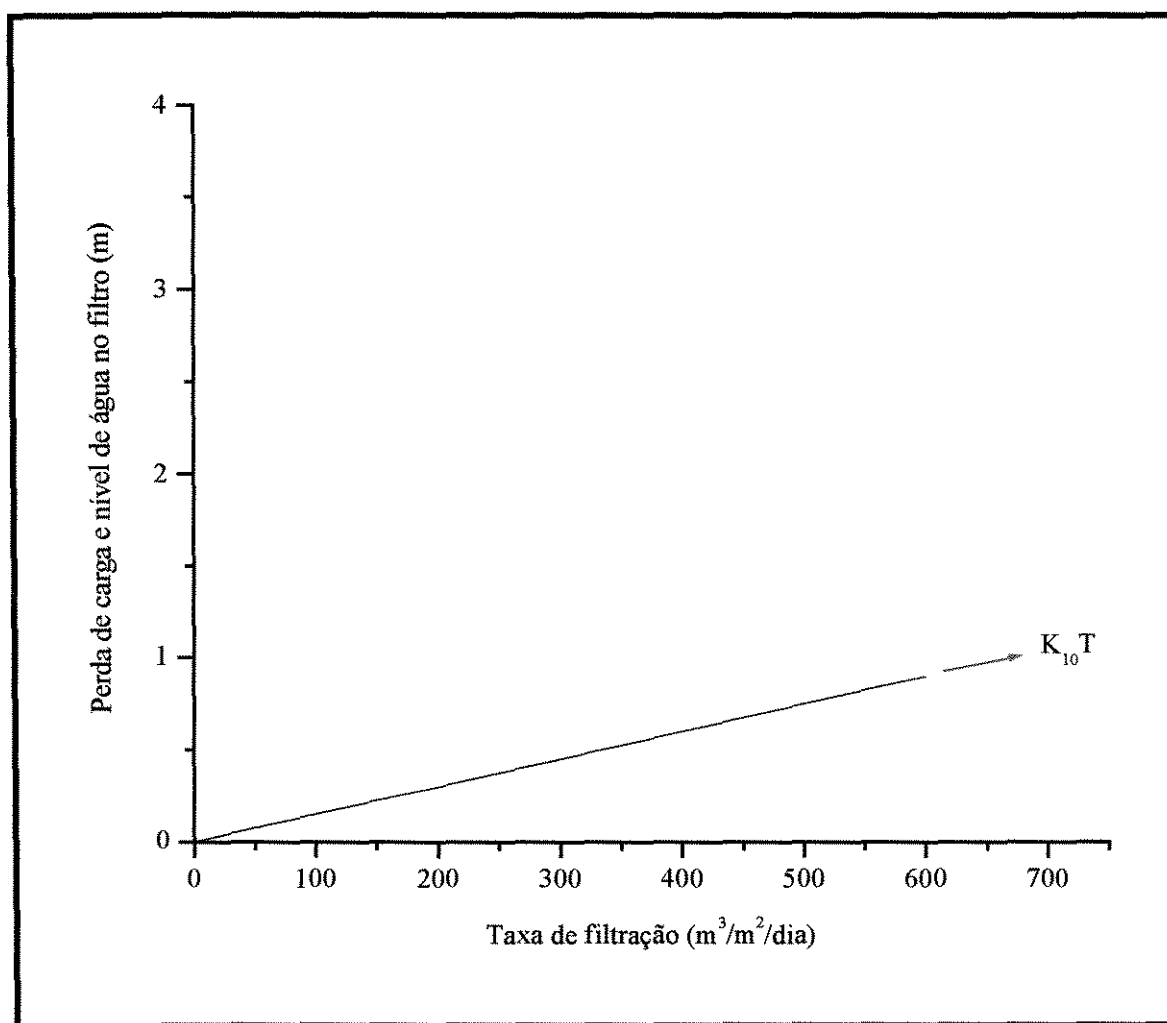


Fig. 4.1 – Variação da perda de carga no meio filtrante após lavagem (limpo) em função da taxa de filtração (para $K_1 = 1,5 \times 10^{-3}$ dia). Fonte: Eq. 4.1 (Fair-Hatch)

2. Definição de perda de carga turbulenta (K_2) de um filtro. Conhecendo-se este valor, pode-se calcular a perda de carga turbulenta (H_2) no filtro, expressa em função da taxa de filtração:

$$H_2 = K_2 \cdot T^2 \quad (4.2)$$

onde:

H_2 = perda de carga turbulenta (m);

K_2 = coeficiente de perda de carga turbulenta. No exemplo adotou-se 1×10^{-5} dia²/m.

A Fig. 4.2 apresenta a variação da perda de carga turbulenta (H_2) em função da taxa de filtração.

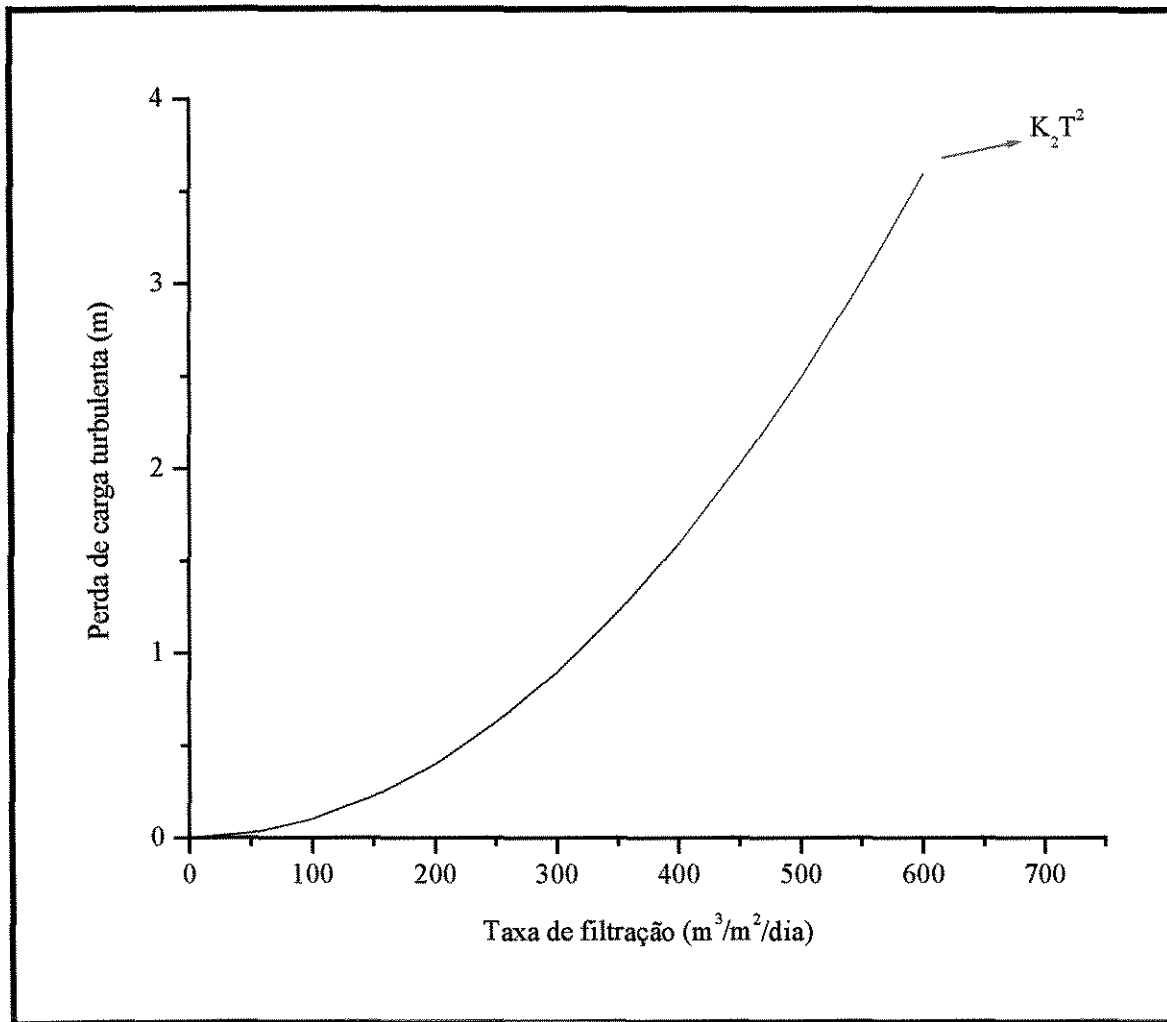
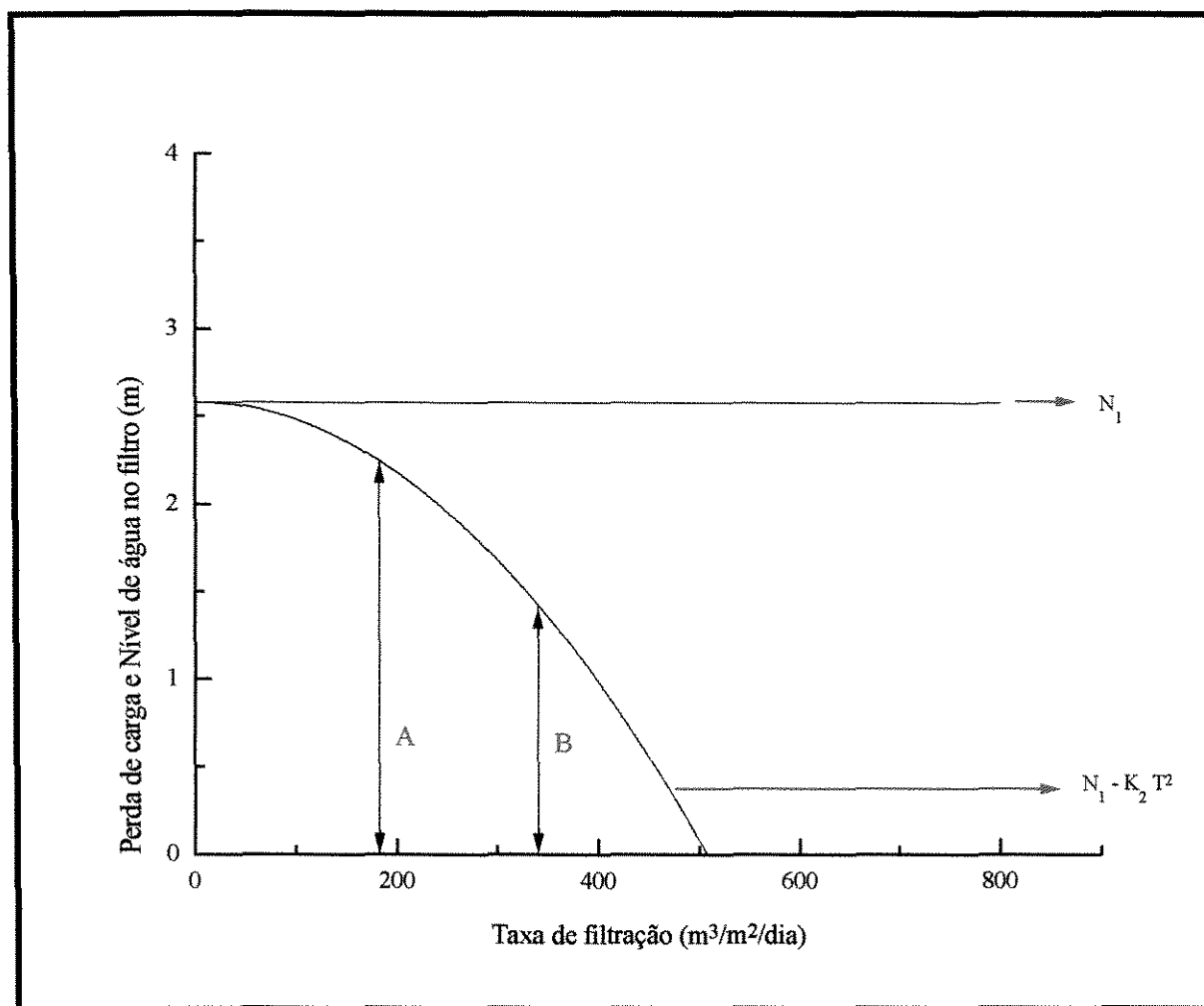


Figura 4.2 : Variação da perda de carga turbulenta (H_2) em função da taxa de filtração.

A perda de carga total em um filtro é dada pela soma das duas funções descritas anteriormente ($H_{1i} + H_2$). Desta forma, se num determinado filtro, manifestar-se atuante a carga hidráulica disponível (N_1), pode-se dizer que, numa situação de equilíbrio (vazão afluente = vazão efluente), a função ($N_1 - H_2$) deve ser igual à perda de carga no meio filtrante (H_{1i}), conforme representado na Fig. 4.3.



4.3 – Variação da perda de carga turbulenta ($N_1 - K_2 T^2$) e nível de água (N_1) no filtro (m) em função da taxa de filtração ($m^3 / m^2 / dia$).

onde:

A: perda de carga no meio granular necessária para estabelecer uma taxa de filtração igual a $183 m^3 / m^2 / dia$ (igual à perda de carga no meio filtrante - H_{1i}).

B: carga hidráulica “líquida” necessária para estabelecer uma taxa de filtração igual a $340 m^3 / m^2 / dia$ (igual à perda de carga no meio filtrante - H_{1i}).

3. Definição do número (n) de filtros da bateria. Neste exemplo adotou-se $n = 4$ filtros.

4. Definição da taxa média definida (T_{medd}) de filtração. O valor da taxa média (T_{medd}) adotada é de $300 \text{ m}^3/\text{m}^2/\text{dia}$. A taxa média (T_{med}) de filtração de uma bateria com n filtros é dada por:

$$T_{med} = \frac{\sum_{i=1}^n T_i}{n} \quad (4.3)$$

onde:

T_{med} = taxa média de filtração ($\text{m}^3/\text{m}^2/\text{dia}$);

T_i = taxa de filtração do i -ésimo filtro ($\text{m}^3/\text{m}^2/\text{dia}$);

n = n°. de filtros da bateria;

Desta forma, para $n = 4$ filtros, tem-se:

$$T_{med} = \frac{(T_1 + T_2 + T_3 + T_4)}{4} \quad (4.4)$$

Durante a operação de lavagem do filtro mais sujo da bateria de 4 filtros, quando então a bateria estiver operando com um filtro a menos ($n-1$ filtros), a taxa total de filtração deverá ser igual à taxa total de filtração do sistema em operação normal:

$$\sum_{i=1}^n T_i = \sum_{i=1}^{n-1} TR_i \quad (4.5)$$

onde:

TR_i = taxa de filtração do i -ésimo filtro durante a operação de lavagem ($\text{m}^3/\text{m}^2/\text{dia}$).

portanto, tem-se:

$$n.T_{med} = \sum_{i=1}^n T_i = \sum_{i=1}^{n-1} TR_i \quad (4.6)$$

e a taxa média de filtração também pode ser escrita por:

$$TR_{med} = \frac{\sum_{i=1}^{n-1} TR_i}{n} \quad (4.7)$$

Para o exemplo aqui descrito, tem-se a taxa média em função das taxas de lavagens dos filtros remanescentes dada pela Eq. 4.8:

$$TR_{med} = \frac{(TR_1 + TR_2 + TR_3)}{4} \quad (4.8)$$

5. Definição da taxa máxima (T_{max}) de filtração, de forma que não ocorra transpasse de sólidos suspensos pelo meio filtrante, degradando a água filtrada. Esta taxa máxima de filtração está relacionada com a espessura das camadas de areia e antracito e também com as características (granulometria e esfericidade) destes materiais. No exemplo adotou-se $T_{max} = 600 \text{ m}^3 / \text{m}^2 / \text{dia}$.

6. Conhecendo-se os valores de K_{10} , K_2 e T_{max} , pode-se encontrar o nível N_3 , que é o nível máximo que a água pode atingir no filtro, de forma que esta altura não ultrapasse o nível de segurança no filtro. Caso os filtros da ETA já tenham sido construídos, parte-se do conhecimento de N_3 e calcula-se a taxa máxima de operação, T_{max} . Com o auxílio do

apresentado na Fig. 4.4, pode-se determinar o nível de água máximo (N_3) para que o filtro não transborde.

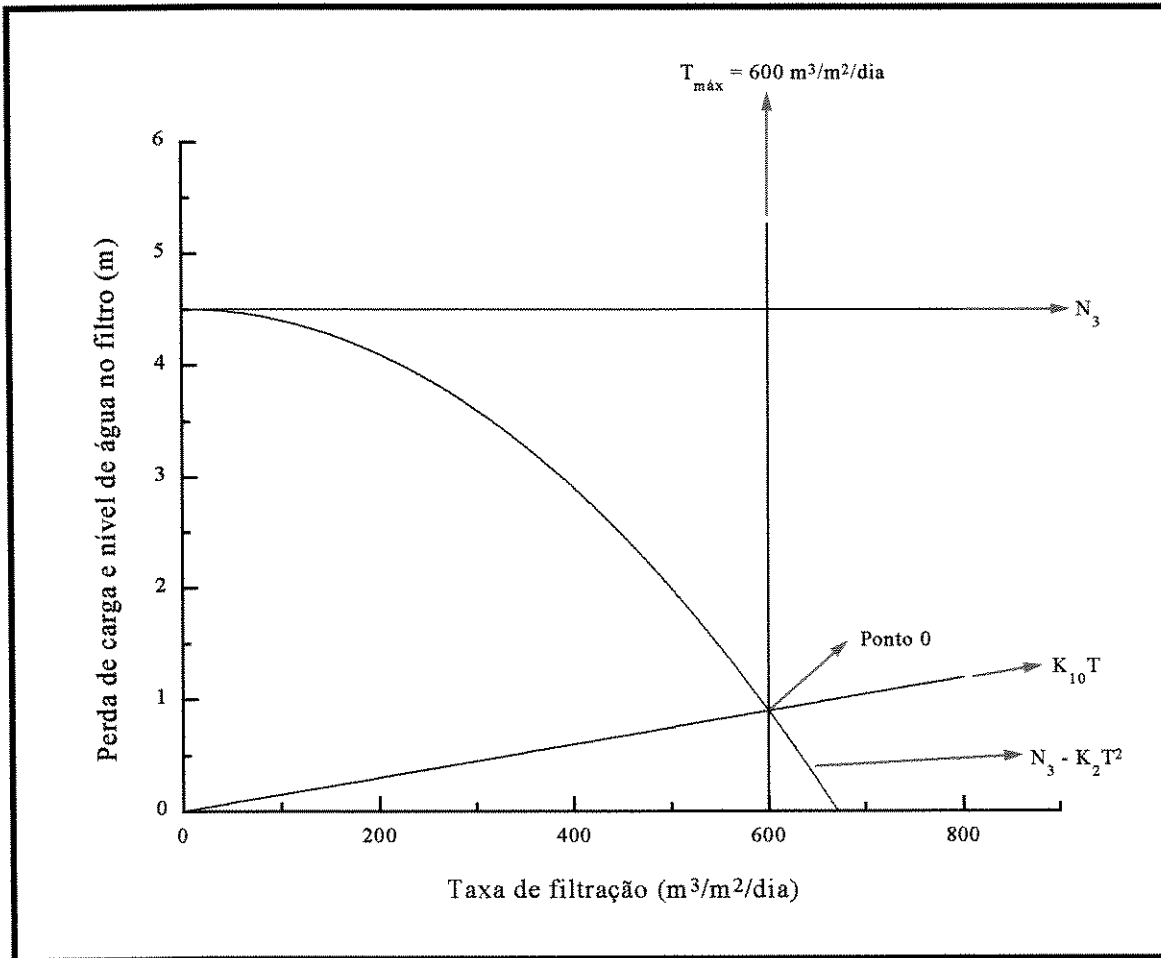


Figura 4.4: Perda de carga e nível N_3 de água no filtro em função da Taxa de filtração

No gráfico da Fig. 4.4, traça-se inicialmente a reta da perda de carga laminar (H_{10}) em função da taxa de filtração, como descrito no passo 1. Pelo valor da taxa de filtração máxima, $T_{\max} = 600 \text{ m}^3/\text{m}^2/\text{dia}$, traça-se uma reta, cujo cruzamento com H_{10} resultará no ponto 0, que é o ponto no qual o filtro recém-lavado entrará em operação. Pelo ponto 0 passará também a curva $N_3 - K_2 T^2$. Uma vez que o valor de $K_2 T^2$ para $T = T_{\max}$ é conhecido, é possível determinar o valor de N_3 . No ponto 0 tem-se :

$$H_{10} = N_3 - H_2 \quad (4.9)$$

e, como $H_{10} = K_{10} \cdot T_{\max}$, obtém-se a Eq. 4.10:

$$K_{10} \cdot T_{\max} = N_3 - K_2 \cdot T_{\max}^2 \quad (4.10)$$

Substituindo-se os valores adotados nos passos 1, 2 e 5 N_3 resultará:

$$N_3 = 0.0015 \cdot 600 + 0.00001 \cdot 600^2 = 0,90 + 3,60 = 4,50 \text{ m} = 450 \text{ cm}$$

Caso o filtro já tenha sido construído, o valor de N_3 será conhecido. Utilizando-se a mesma Eq. 4.10 rearranjada, é possível determinar o valor da taxa máxima (T_{\max}) de operação do filtro após a sua lavagem, resolvendo a equação de 2.º grau:

$$K_2 \cdot T_{\max}^2 + K_{10} \cdot T_{\max} - N_3 = 0 \quad (4.10)$$

$$T_{\max}^2 + \left(\frac{K_{10}}{K_2} \right) T_{\max} - \left(\frac{N_3}{K_2} \right) = 0$$

$$T_{\max} = \frac{-\left(\frac{K_{10}}{K_2} \right) \pm \sqrt{\left(\frac{K_{10}}{K_2} \right)^2 + 4 \cdot \left(\frac{N_3}{K_2} \right)}}{2} \quad (4.11)$$

Como o valor da taxa T_{\max} deve ser positivo e o primeiro termo da Eq. 4.11 é negativo, o segundo deverá ser necessariamente maior que 0. Desta forma pode-se rescrever a Eq. 4.11 da seguinte forma :

$$T_{\max} = \frac{-\left(\frac{K_{10}}{K_2}\right) + \sqrt{\left(\frac{K_{10}}{K_2}\right)^2 + 4\left(\frac{N_3}{K_2}\right)}}{2} \quad (4.12)$$

determinando-se T_{\max} a partir do conhecimento de N_3 e das variáveis definidas nos passos 1 e 2.

7. O valor do nível (N_1) de água mínimo operacional que ocorrerá em um intervalo de tempo muito curto após a colocação do filtro recém-lavado em operação e o nível de água (N_2) a ser estabelecido para retirada do filtro mais sujo da bateria para lavagem, não são conhecidos. Traça-se aleatoriamente as retas que representam os níveis N_1 e N_2 no gráfico da Fig. 4.3 de forma que $(K_1 T_{\max}) < N_1 < N_2 < N_3$. Em seguida, na mesma figura, traça-se as curvas $(N_1 - K_2 T^2)$ e $(N_2 - K_2 T^2)$. O gráfico obtido é mostrado na Fig. 4.5:

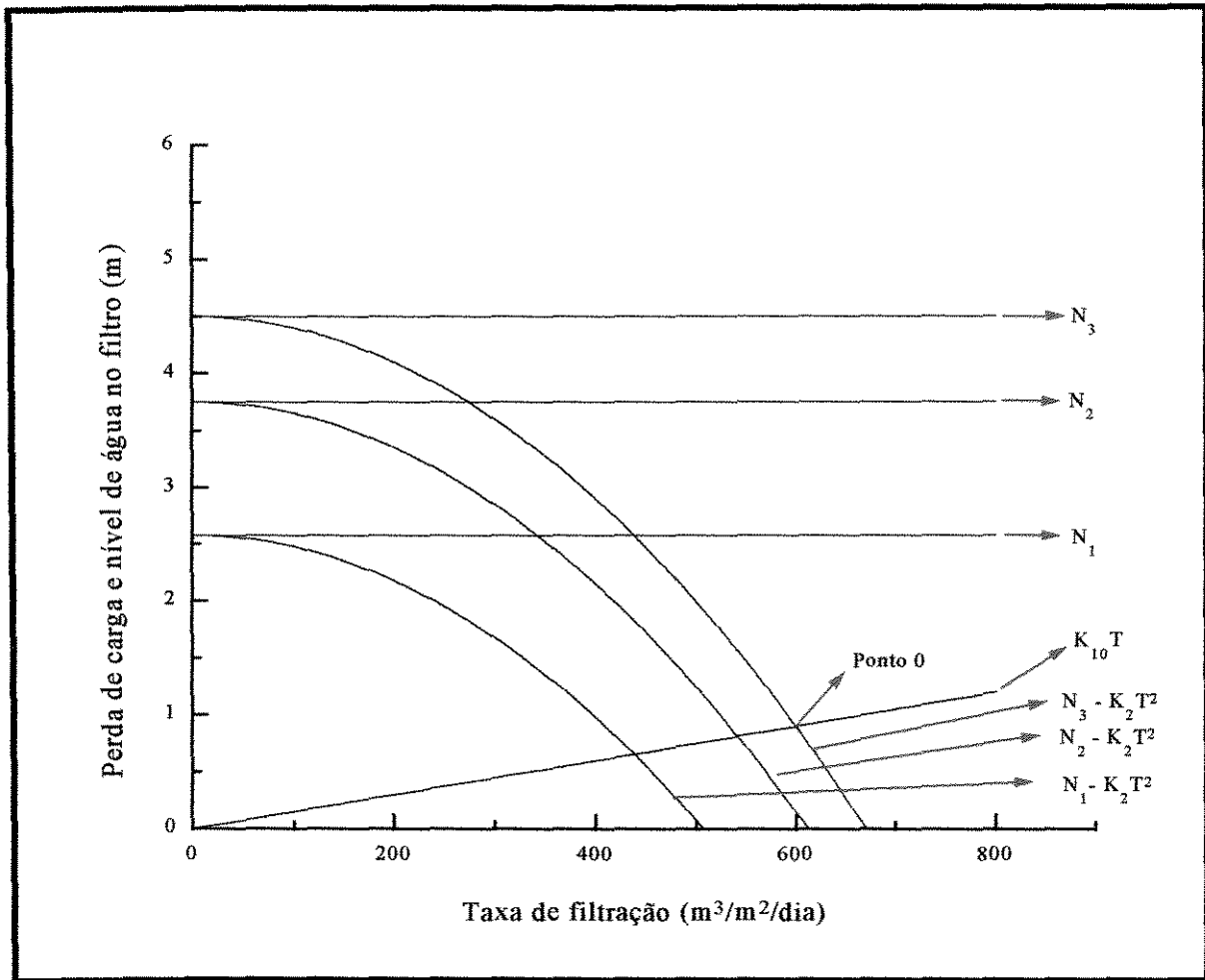


Fig. 4.5 - Perdas de carga e níveis de operação do filtro (m) em função da taxa de filtração ($\text{m}^3 / \text{m}^2 / \text{dia}$).

8. Como a entrada dos filtros num sistema operado com taxa declinante é afogada, e o nível de água no canal comum encontra-se na posição N_3 , o início de funcionamento de um filtro recém-lavado fará com que o nível de água no canal comum de alimentação caia para valores menores que N_3 . Desta forma, a taxa máxima adotada (no caso $600 \text{ m}^3 / \text{m}^2 / \text{dia}$), nunca seria atingida num sistema real, a não ser que a área de um filtro fosse desprezível frente à área do canal comum de alimentação ou que exista considerável área de armazenamento à montante dos filtros (p. e. decantadores).

Na situação de pequena área de armazenamento de água a montante dos filtros, o nível operacional de entrada cairá e tenderá rapidamente para o valor de N_1 , quando o balanço de massa for estabelecido. O ponto de cruzamento da curva ($N_1 - K_2 T^2$)

com a reta ($K_{10} \cdot T$) resultará no valor da taxa de operação do filtro 1, quando em equilíbrio hidráulico com os demais 3 filtros da bateria. Este lugar geométrico, denominado ponto 1, é apresentado na Fig. 4.6.

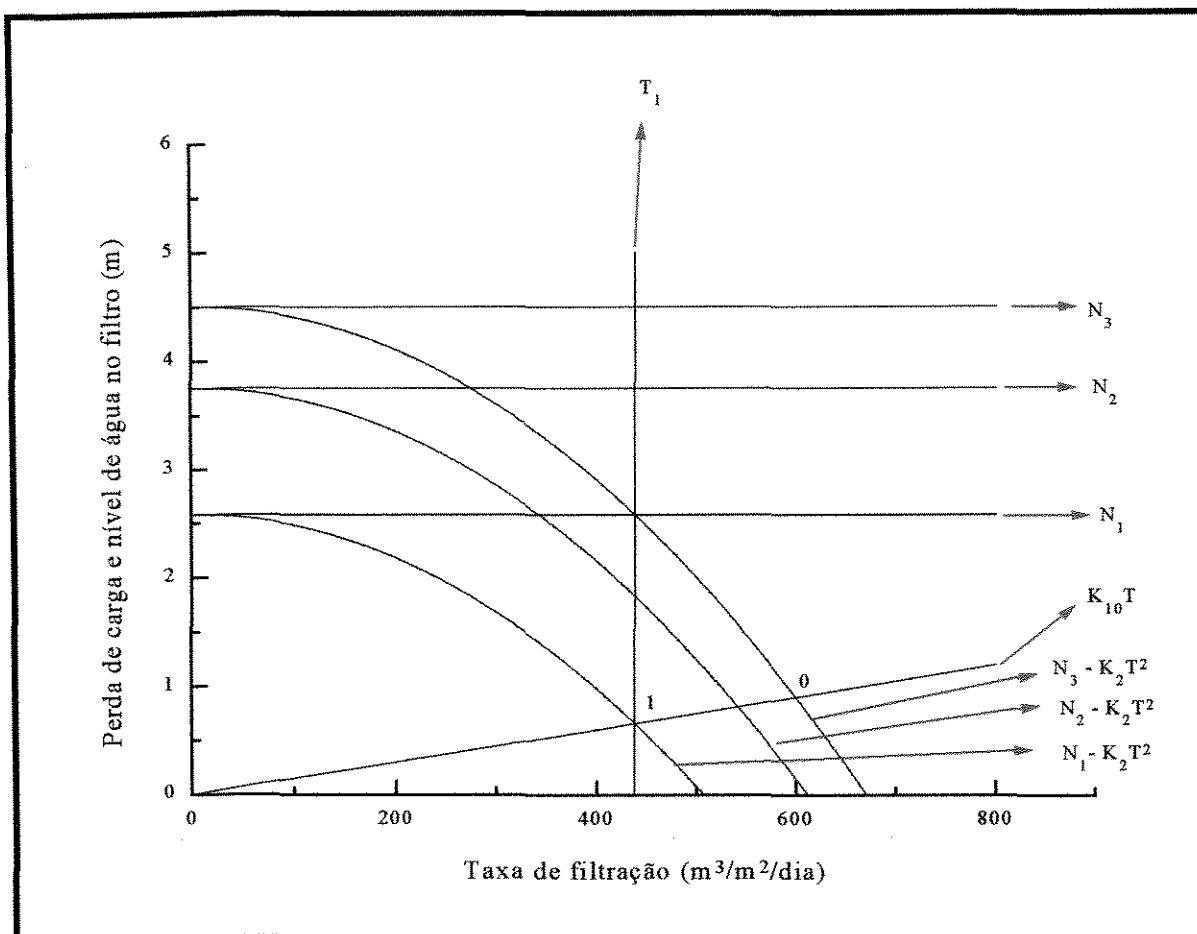


Figura 4.6: Taxa de filtração T_1 do filtro em operação normal.

9. Devido à retenção de sólidos pelo meio filtrante, a perda de carga neste filtro (e nos demais) irá aumentar. Para compensar esta perda de carga de forma que ocorra o equilíbrio de vazões afluentes e efluentes, o nível de água no canal comum de alimentação subirá de N_1 para N_2 , do ponto 1 para o ponto 2, como mostrado na Fig. 4.7.

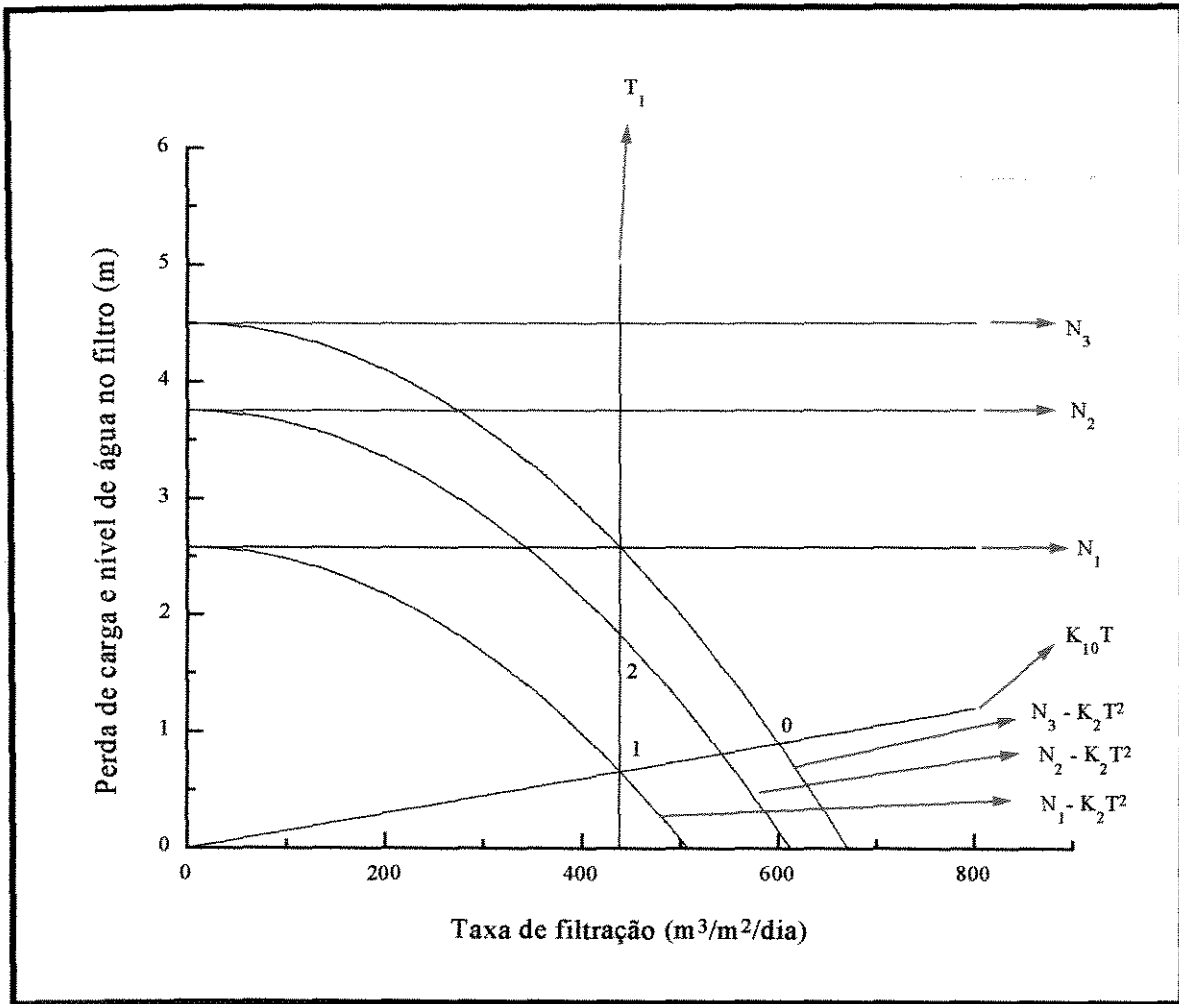


Figura 4.7: Taxa de filtração do filtro 1 em N_2 , imediatamente antes da retirada do filtro mais sujo para processo de lavagem.

10. O novo coeficiente de perda de carga laminar do filtro 1 será K_{11} , e a nova perda de carga laminar H_{11} será dada pela reta $K_{11}.T$, que passa pela origem dos eixos cartesianos e pelo ponto 2, como mostrado na Fig. 4.8:

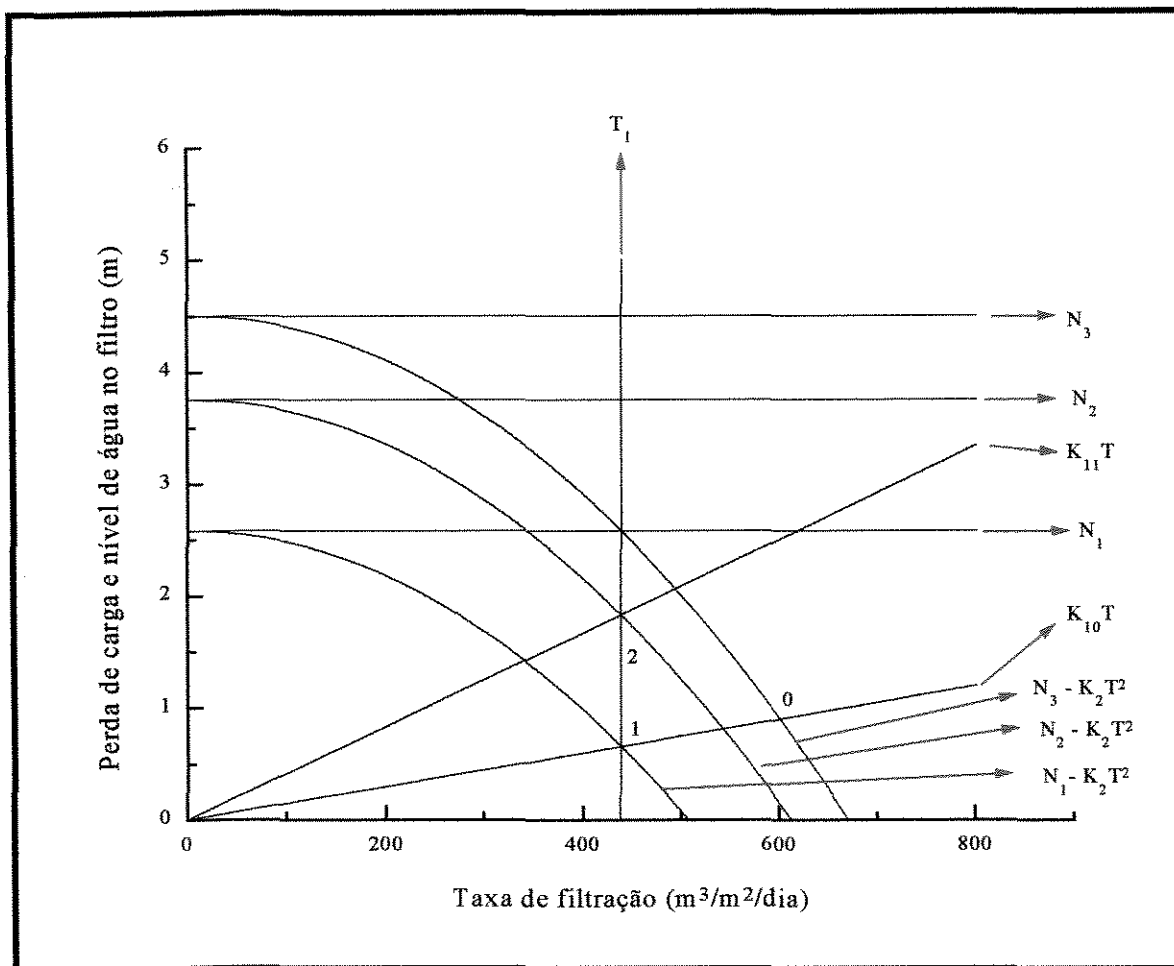


Figura 4.8: Perda de carga do filtro 1 no nível N_2 , imediatamente antes da retirada do filtro mais sujo para ser lavado.

11. Quando o filtro mais sujo da bateria for retirado para ser lavado, o filtro que está operando no ponto 2 praticamente não terá seu coeficiente de escoamento laminar alterado e assim, a sua perda de carga laminar também não variará, hipótese baseada no modelo de DI BERNARDO (1986). O nível de água, durante o intervalo de tempo de lavagem, subirá do nível N_2 (ponto 2) para um nível N_3 (ponto 3) sobre a reta de perda de carga laminar, $K_{11}.T$, como indicado na Fig. 4.9.

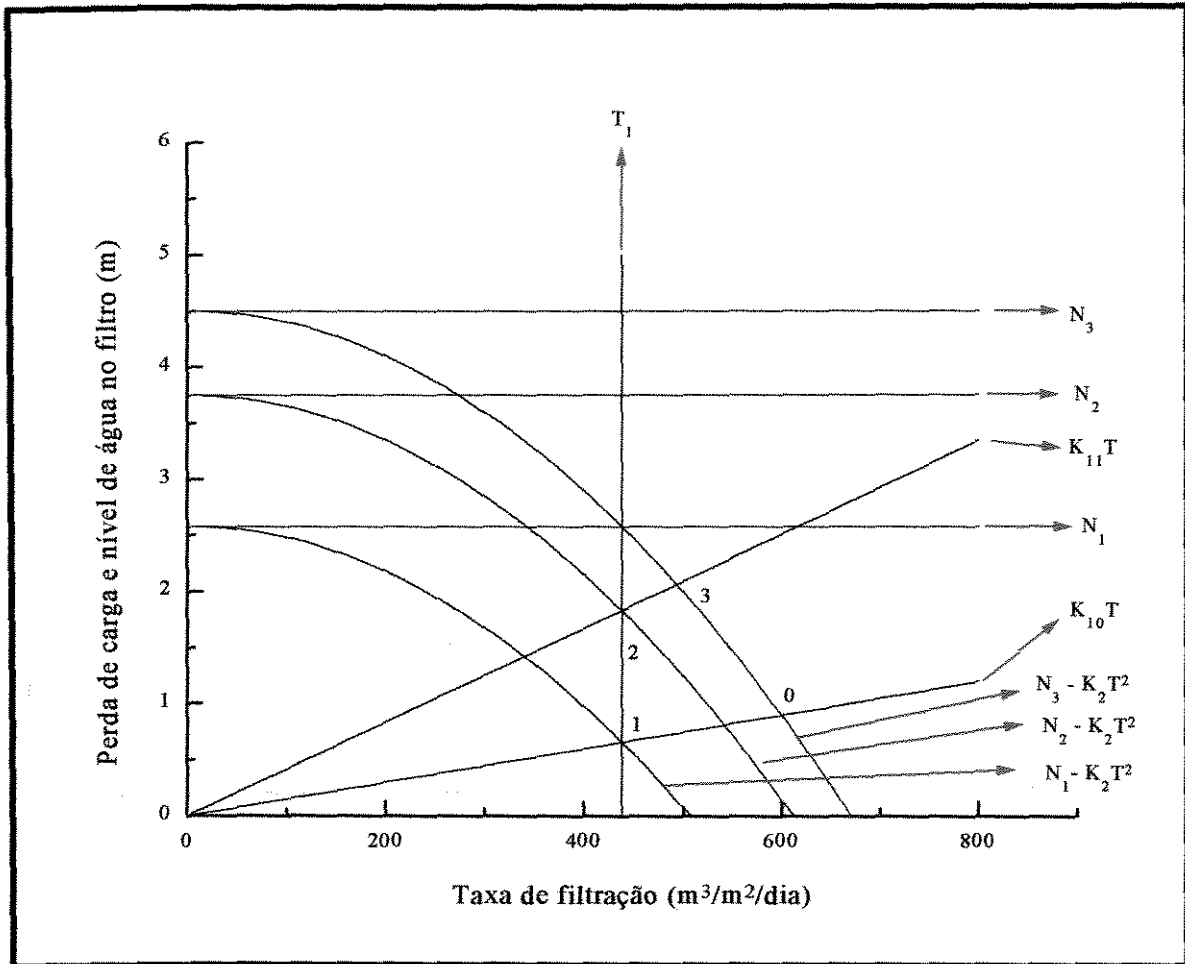


Figura 4.9: Elevação do nível de água de N_2 para N_3 no filtro 1 durante a lavagem do filtro mais sujo da bateria.

Passando-se uma reta pelo cruzamento da curva $N_3 - K_2T^2$ com a reta $K_{11}T$, ponto 3, obtém-se a taxa de retrolavagem do filtro 1, TR_1 , como mostrado na Fig. 4.10.

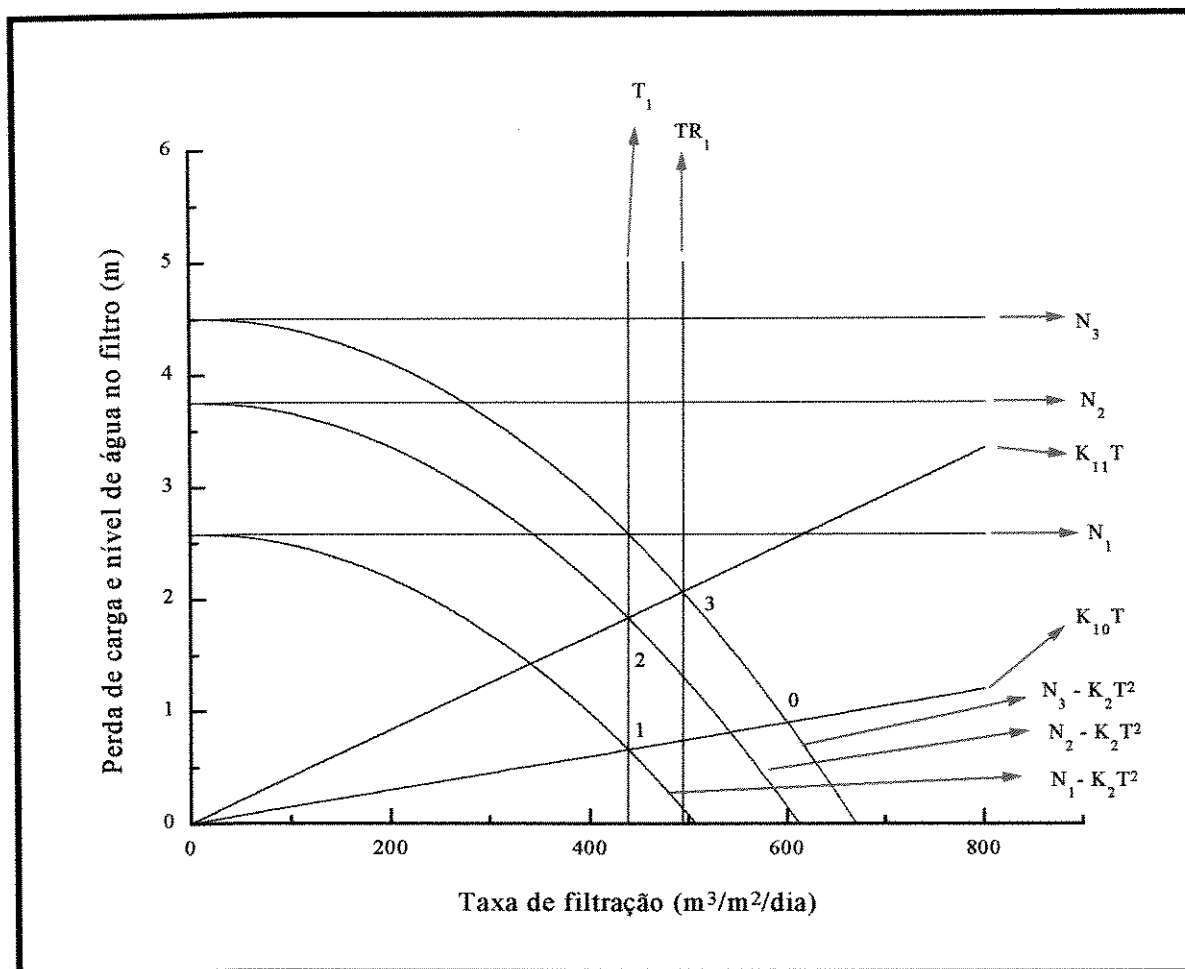


Figura 4.10: Taxa de filtração, TR_1 , do filtro 1 durante lavagem do filtro mais sujo da bateria.

12. Quando um outro filtro lavado for colocado em operação, o filtro operando no ponto 3, com nível N_3 , terá seu nível reduzido para N_1 (ponto 4), conforme já descrito no passo 8. Assim, traçando-se uma reta T_2 perpendicular ao eixo “Taxa de filtração” pelo ponto 4, obtém-se a taxa de filtração T_2 , como mostrado na Fig. 4.11.

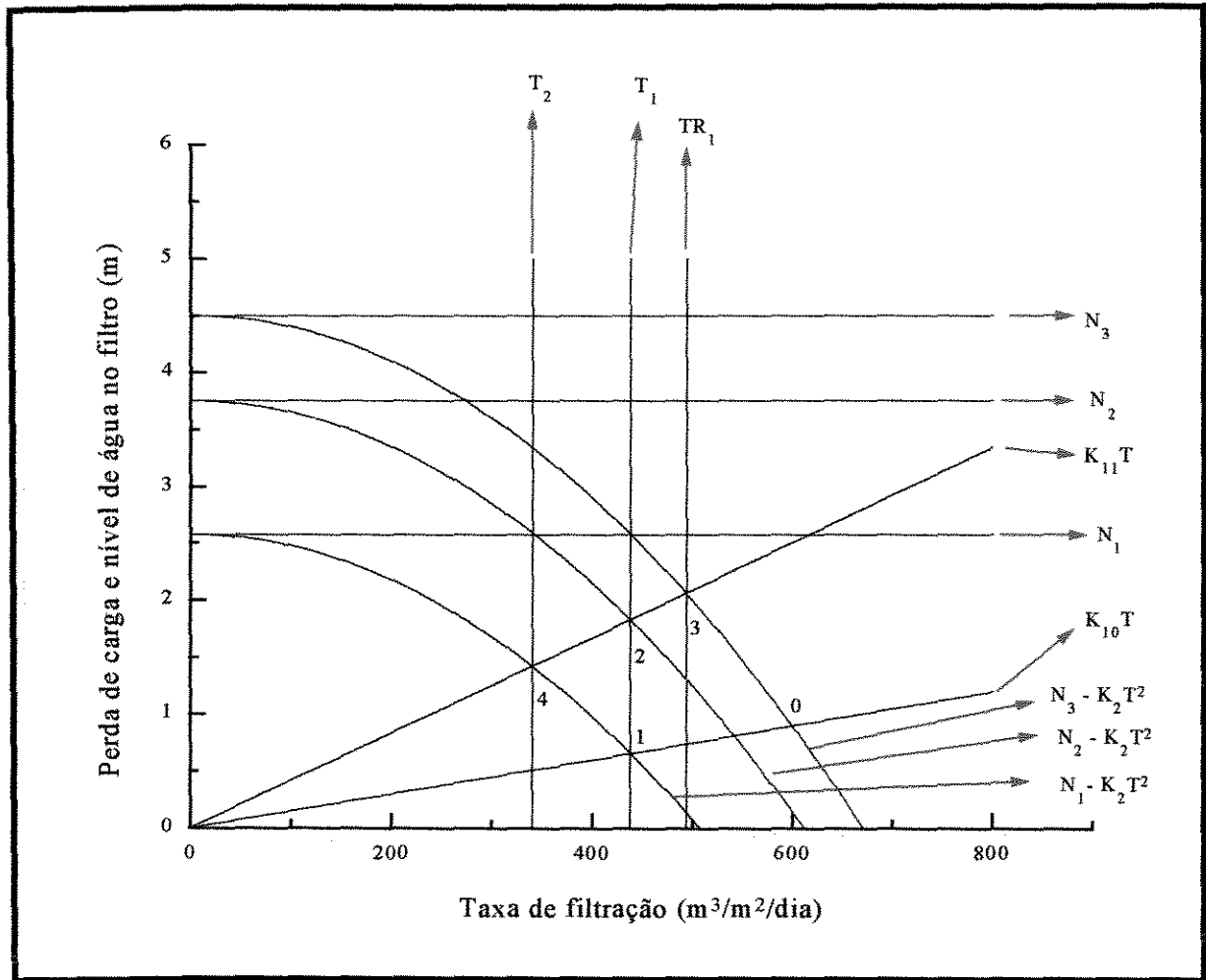


Figura 4.11: Taxa de filtração T_2 do filtro em operação normal.

13. Devido à retenção de sólidos pelo meio filtrante, a perda de carga neste filtro irá aumentar. Assim, para compensar esta perda de carga de forma a se manter a taxa de filtração igual, o nível de água do filtro subirá de N_1 para N_2 , portanto do ponto 4 para o

ponto 5, como ilustrado na Fig. 4.12. O filtro que estiver operando no ponto 1 também terá o seu nível elevado de N_1 para N_2 , passando do ponto 1 para o ponto 2.

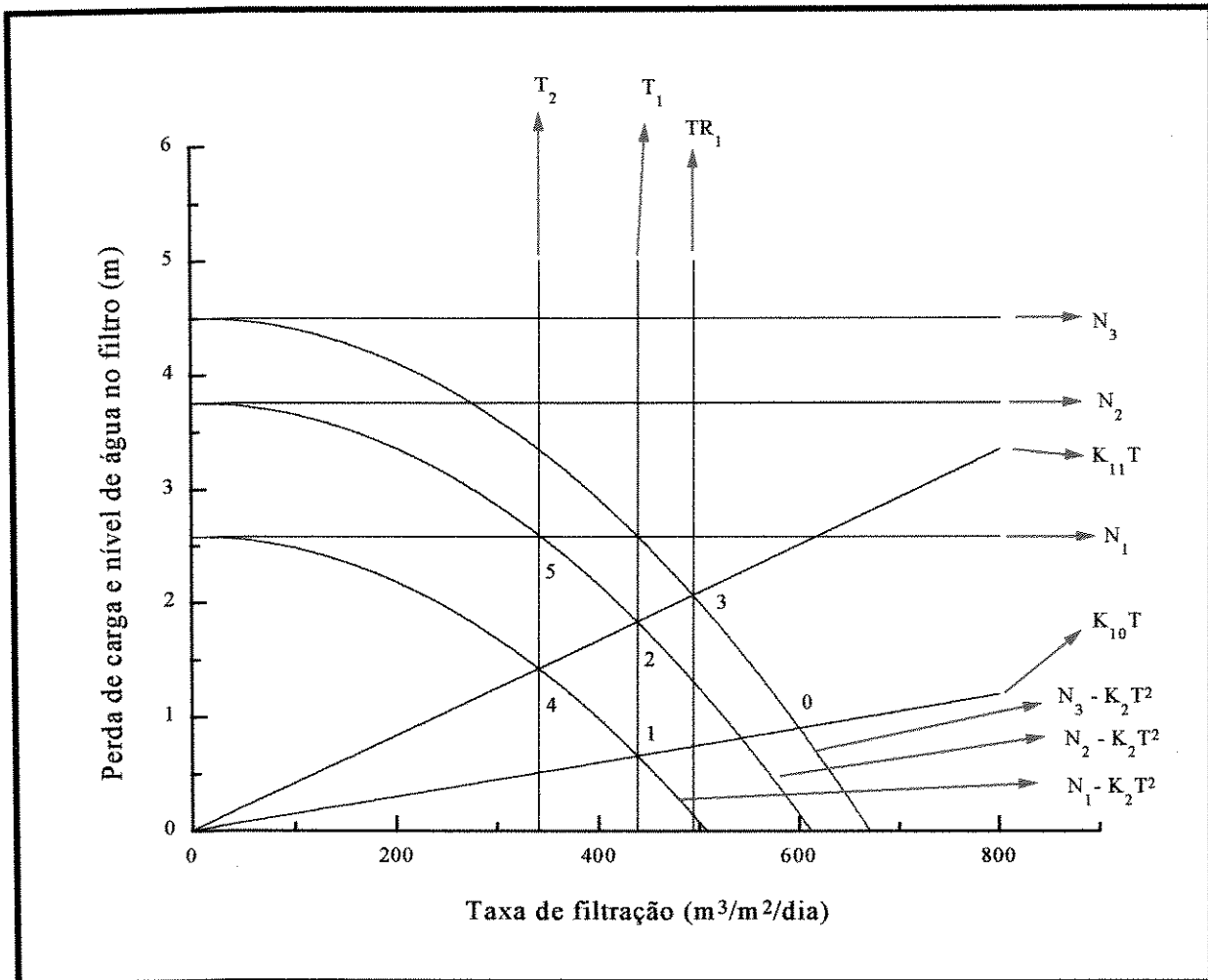


Figura 4.12: Taxa de filtração do filtro 2 em N_2 , imediatamente antes da retirada do filtro mais sujo para processo de lavagem.

14. Desta forma, o novo coeficiente de perda de carga laminar do filtro será K_{12} . A nova perda de carga laminar H_{12} será dada pela reta $K_{12}T$, que passa pela origem dos eixos cartesianos e pelo ponto 5, como mostrado na Fig 4.13.

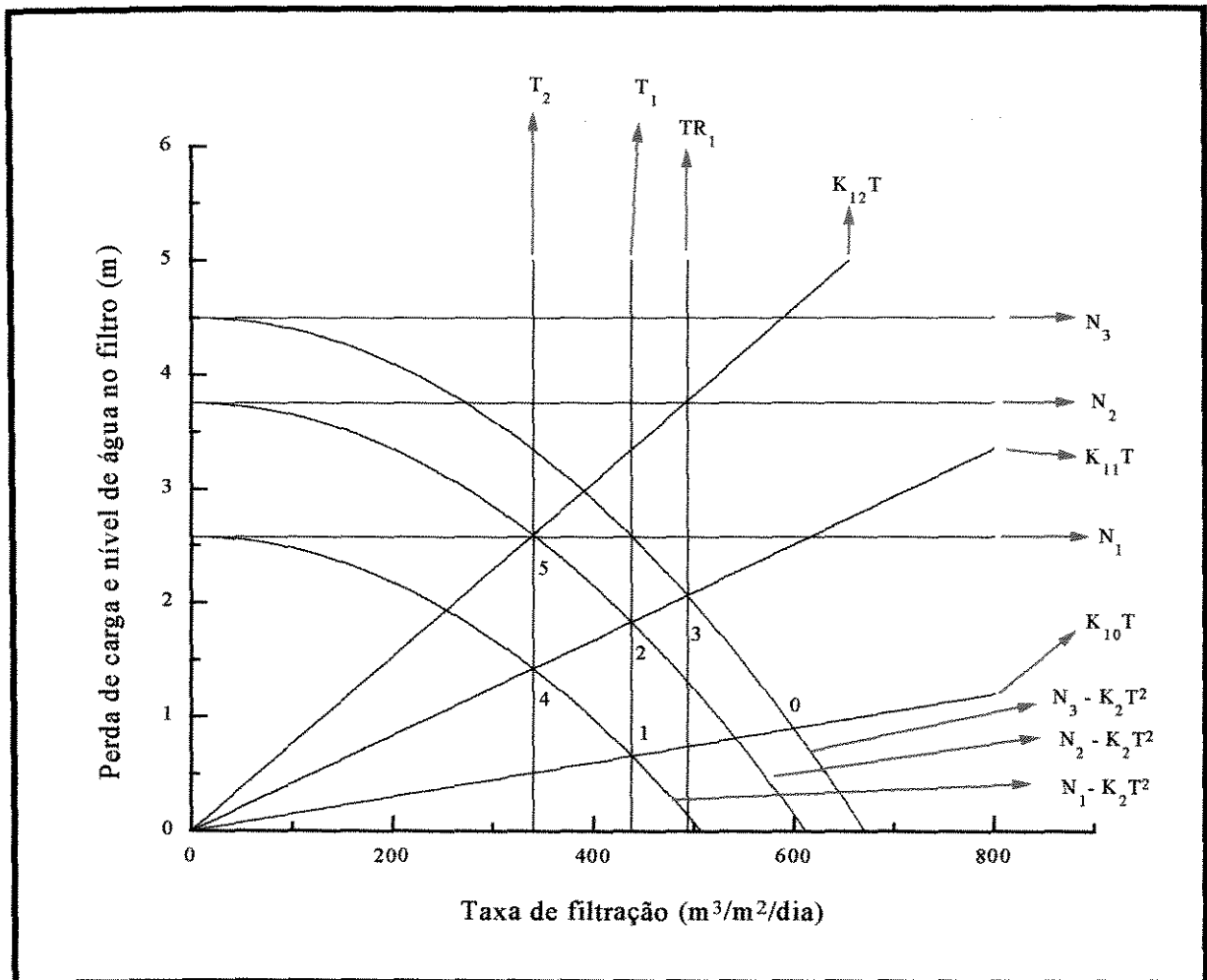


Figura. 4.13: Perda de carga do filtro 2 no nível N_2 , imediatamente antes da retirada do filtro mais sujo para ser lavado.

15. Os procedimentos para as determinações das taxas de filtração dos demais filtros, seja em operação normal ou durante a lavagem de um deles, pode ser feita conforme os passos descritos anteriormente, para quantos filtros estiverem em operação. No caso, com 4 filtros, do ponto 5, passaremos ao ponto 6 (referente ao nível N_3), ao ponto 7 (referente ao nível N_1) que possibilitará a determinação da taxa de filtração T_3 e assim por diante, como mostrado nas figuras 4.14 a 4.19.

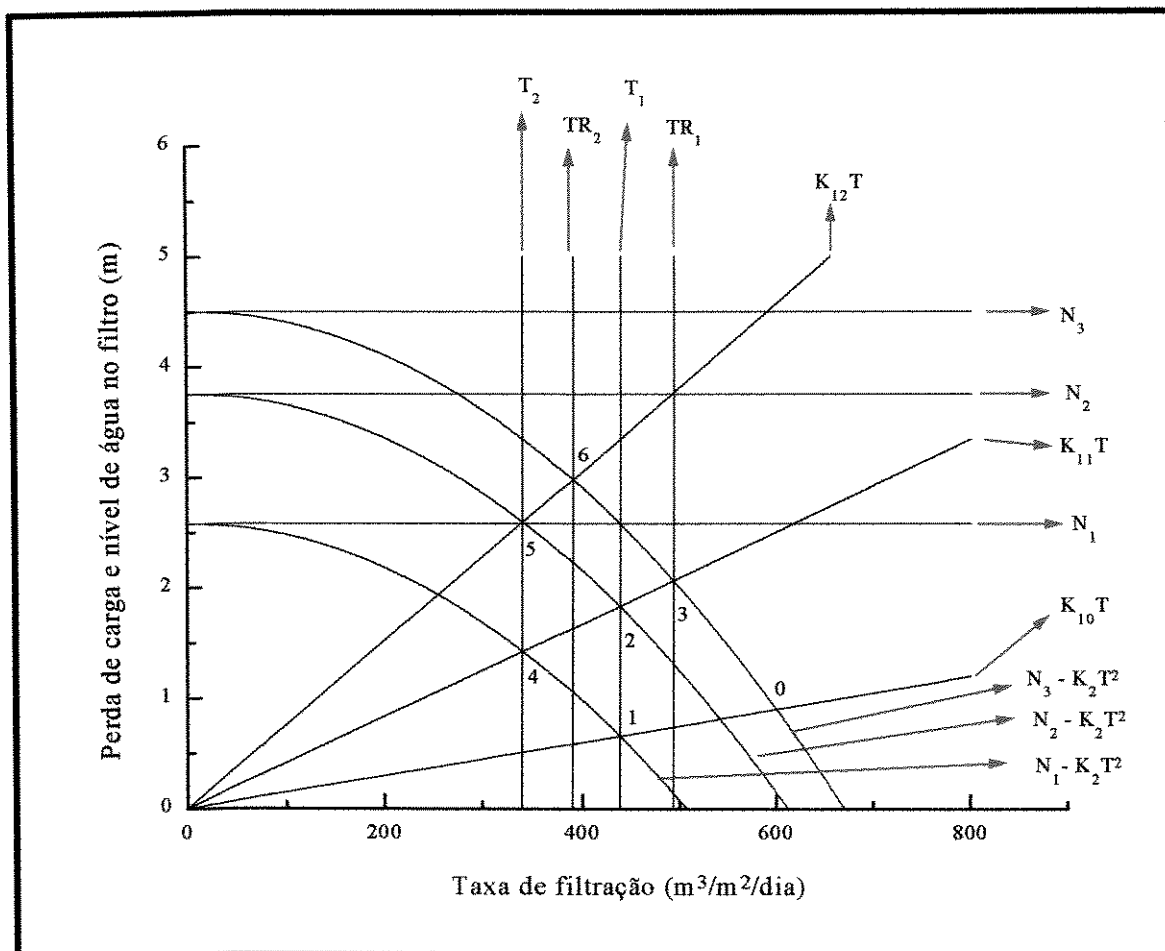


Figura 4.14: Taxa de filtração, TR_2 , do filtro 2 durante lavagem do filtro mais sujo da bateria.

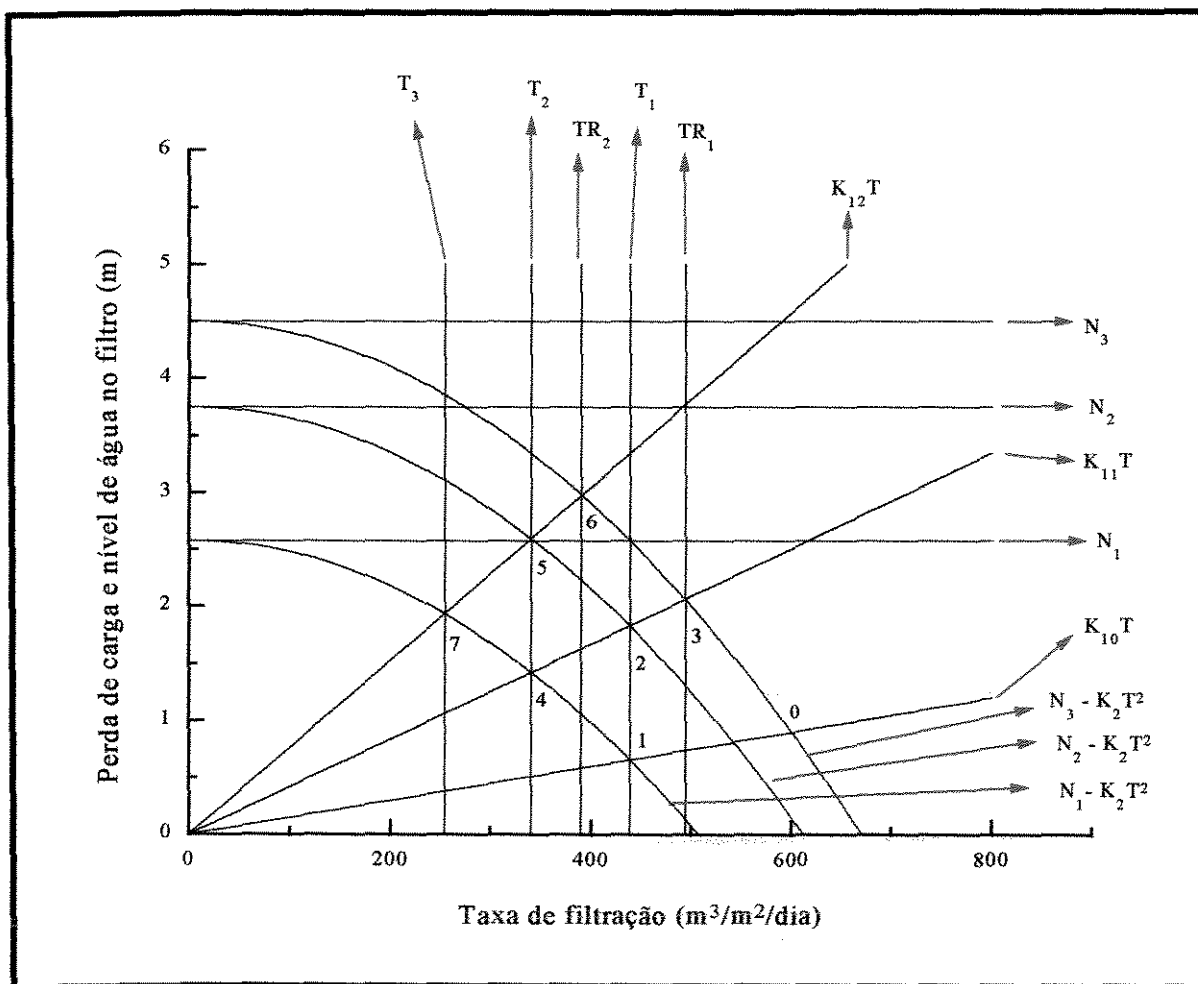


Figura 4.15: Taxa de filtração T_3 do filtro em operação normal.

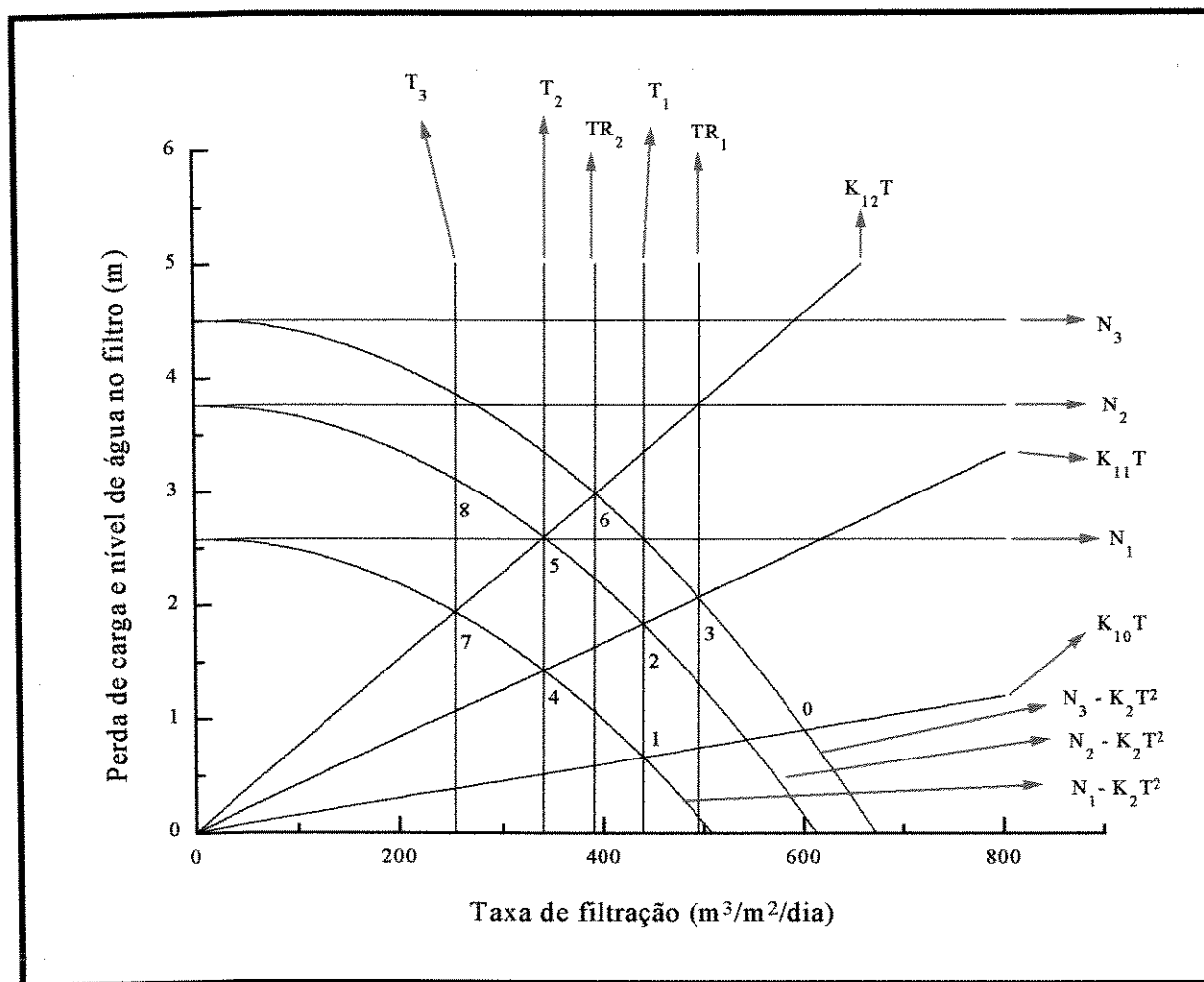


Figura 4.16: Perda de carga do filtro 3 no nível N_2 , imediatamente antes da retirada do filtro mais sujo para ser lavado.

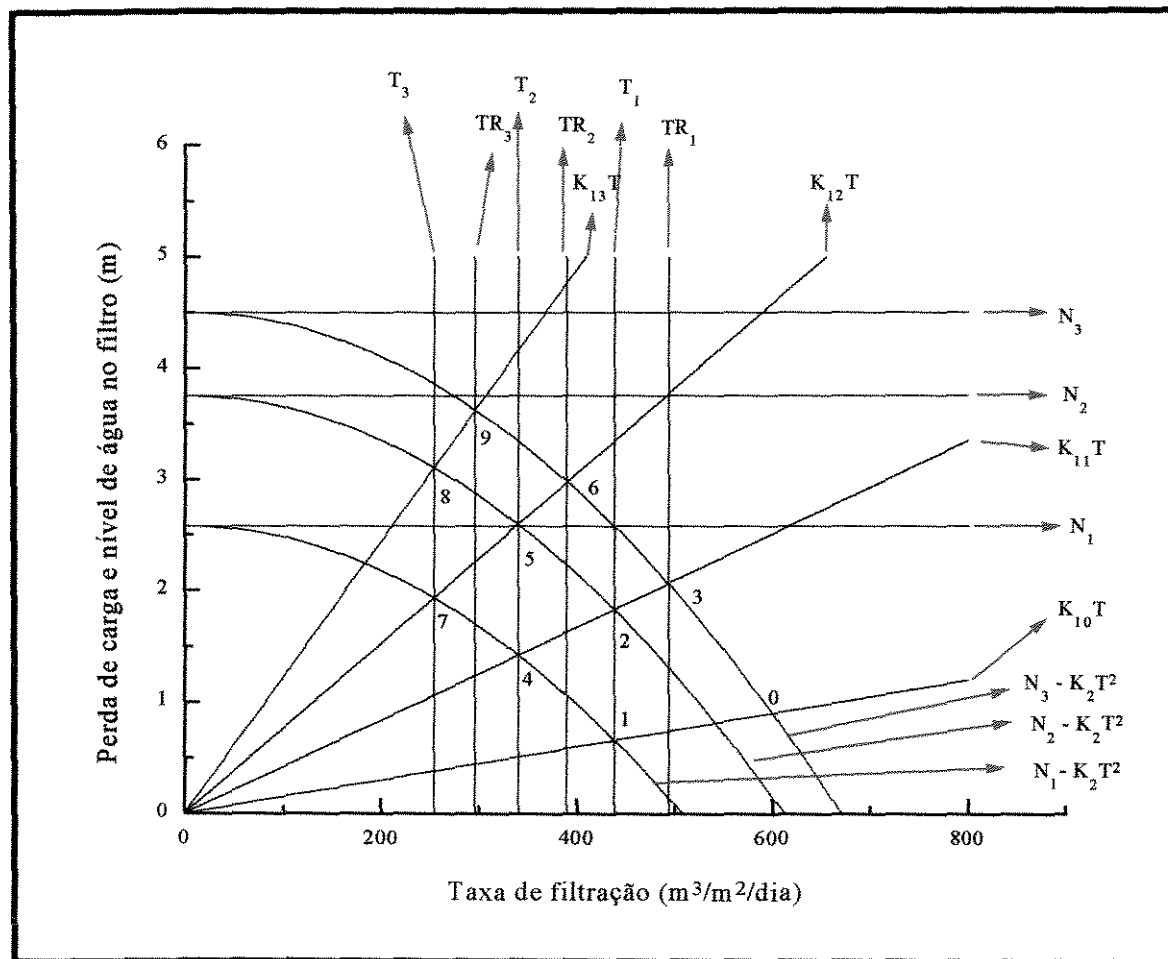


Figura 4.17: Taxa de filtração TR_3 , do filtro 3, durante lavagem do filtro mais sujo da bateria.

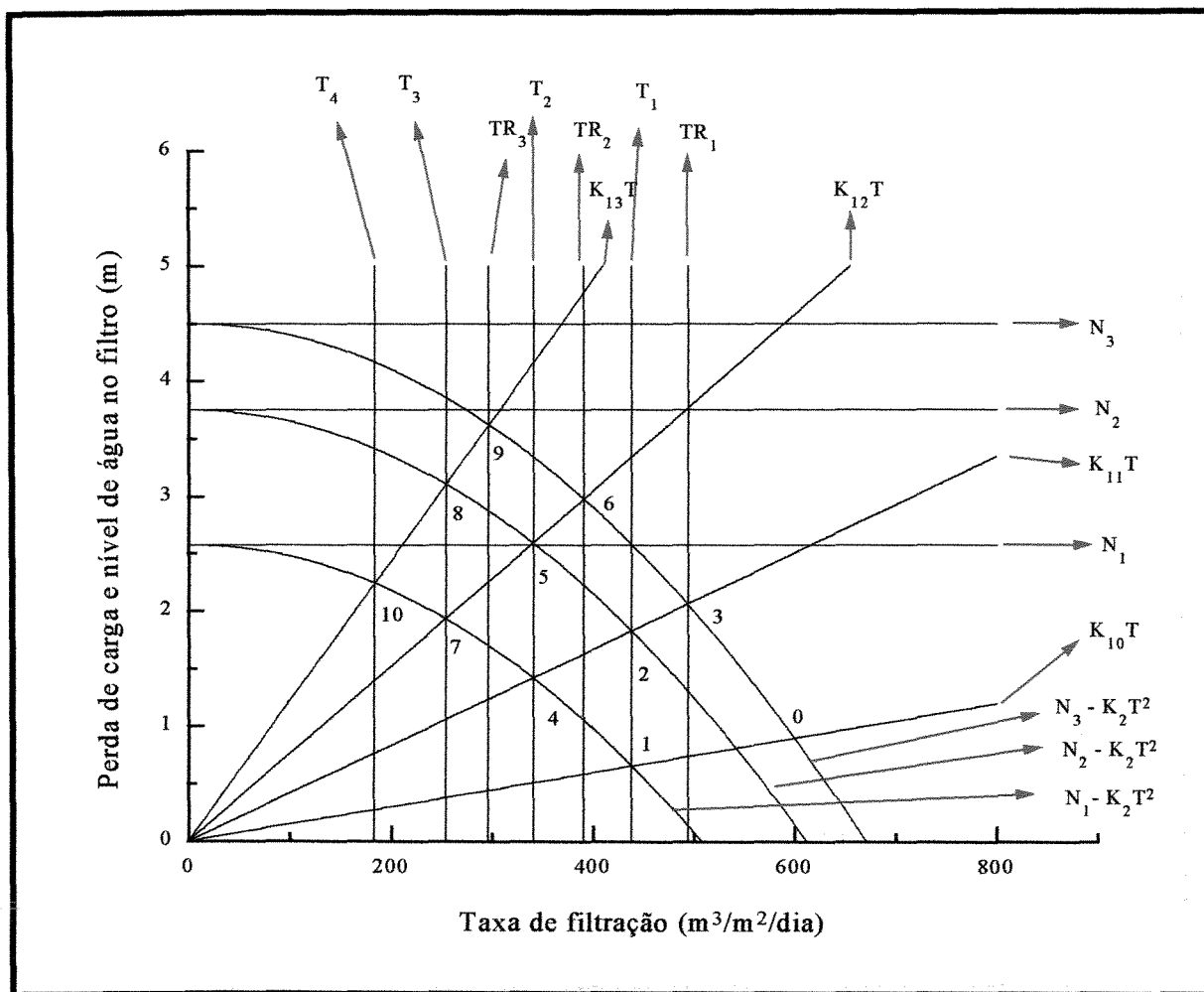


Figura 4.18: Taxa de filtração em operação normal do filtro 4

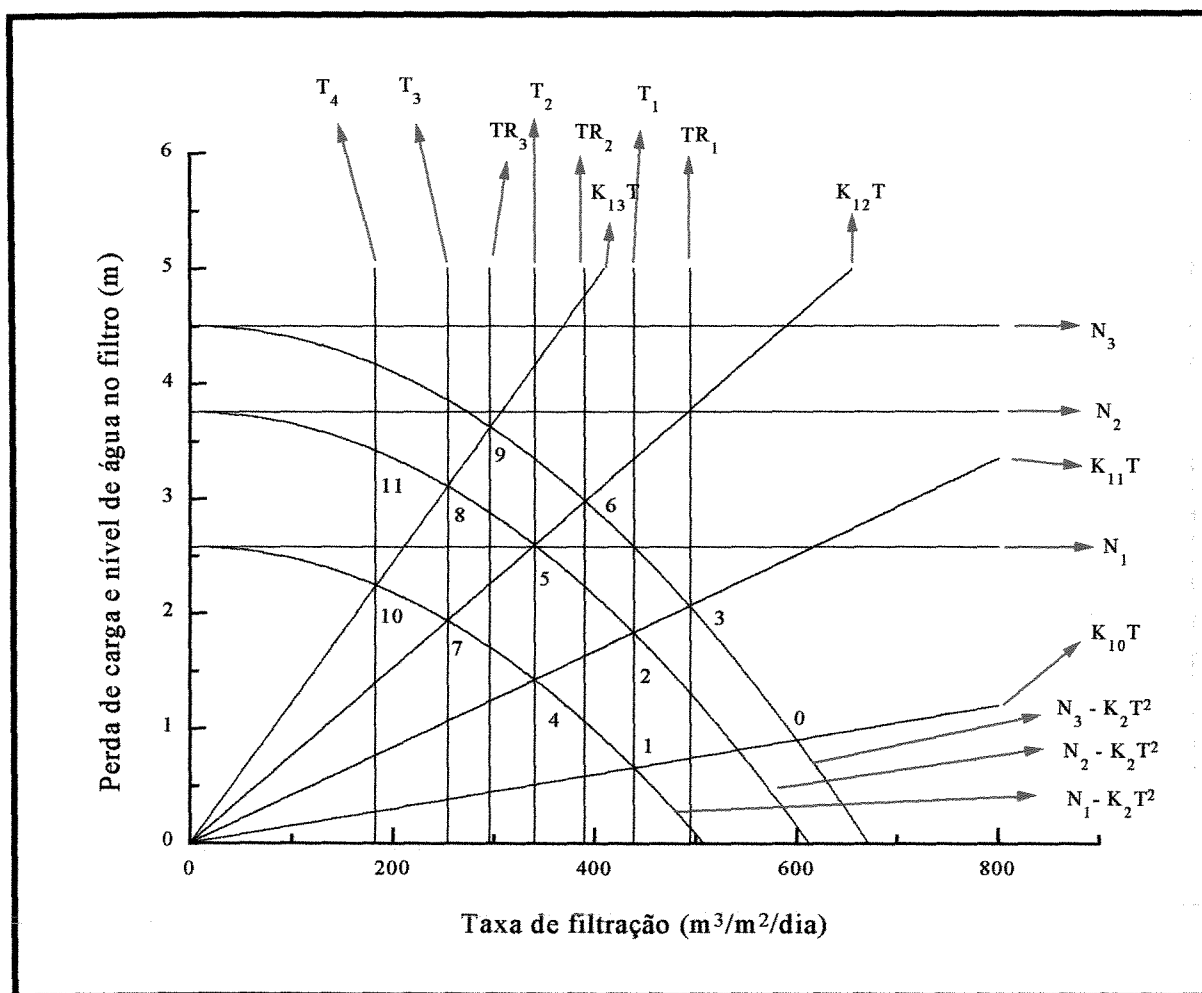


Figura 4.19 : Taxa de filtração do filtro 4 em N_2 , imediatamente antes da retirada do filtro mais sujo para processo de lavagem.

16. Quando um filtro estiver operando no ponto 11 (ver Fig. 4.19), este deverá ser retirado da bateria para lavagem, pois (no caso deste exemplo com 4 filtros), atingiu-se o nível operacional N_2 no canal comum de alimentação dos filtros, sendo este o filtro com maior

tempo de funcionamento na bateria. Os demais filtros estarão operando nos pontos 2, 5 e 8 e, passarão a operar nos pontos 3, 6 e 9 respectivamente, caso seja alcançado o equilíbrio de vazões afluentes e efluentes durante a lavagem do filtro retirado do sistema.

O retorno do filtro recém lavado ao funcionamento, dar-se-á, conforme já dito, entre os pontos 0 e 1, tendendo rapidamente ao ponto 1, sobre a reta de equação $K_{10}.T$.

A solução gráfica apresentada constitui-se em ferramenta de uso muito mais simplificada que a proposta por MENDES (1999). Evidentemente, para cada par de valores N_1 e N_2 adotados inicialmente, ter-se-á uma taxa de filtração média (T_{med}) resultante, podendo, ou não, ser igual à desejada. O processo é, portanto, iterativo, na busca de uma solução que resulte, para o número de filtros “n” da bateria, um par de valores N_1 e N_2 que consiga estabelecer o equilíbrio dinâmico de vazões que resultem na taxa de filtração média desejada. Teoricamente, para cada N_1 adotado aleatoriamente que resulte numa taxa de filtração T_1 superior a T_{med} , ter-se-á um único nível operacional N_2 que satisfaça as condições de contorno desejadas. Quanto mais próximo de T_{med} o valor de T_1 for estabelecido (pelo valor de N_1 adotado), mais próximo de N_1 , o nível operacional N_2 irá resultar, chegando-se a uma solução em que a carga hidráulica disponível para armazenamento de impurezas nos filtros é baixa e, desta forma, com durações pequenas nas carreiras de filtração, caso essa solução fosse adotada para um caso real. Num raciocínio inverso, com T_1 próximo de $T_{máx}$, resultante de um valor de N_1 próximo de N_3 , também ter-se-ia uma carga hidráulica disponível para retenção de impurezas pequena, indicando solução não otimizada, ou até mesmo a ausência de solução para a taxa de filtração média desejada. Obviamente existirá um valor de N_1 que maximizará a carga hidráulica disponível para retenção de impurezas e a duração da carreira de filtração, solução esta de difícil determinação pelo método gráfico apresentado, porém, exequível pelo método analítico proposto a seguir, desenvolvido pelo equacionamento do comportamento dos filtros do sistema em cada um dos pontos de funcionamento apresentados na Fig. 4.19

4.3 MODELO MATEMÁTICO PROPOSTO

1. São deduzidas, a seguir, as equações referentes aos pontos 1, 4, 7 e 10 que podem ser observados na Fig. 4.19 em relação ao nível de água N_1 .

ponto 1

$$\begin{aligned}N_1 - H_2 &= H_{10} \\ N_1 - K_2 T_1^2 &= K_{10} T_1\end{aligned}\tag{4.13}$$

ponto 4

$$\begin{aligned}N_1 - H_2 &= H_{11} \\ N_1 - K_2 T_2^2 &= K_{11} T_2\end{aligned}\tag{4.14}$$

ponto 7

$$\begin{aligned}N_1 - H_2 &= H_{12} \\ N_1 - K_2 T_3^2 &= K_{12} T_3\end{aligned}\tag{4.15}$$

ponto 10

$$\begin{aligned}N_1 - H_2 &= H_{13} \\ N_1 - K_2 T_4^2 &= K_{13} T_4\end{aligned}\tag{4.16}$$

2. A seguir são deduzidas as equações referentes aos pontos 2, 5 e 8 em relação ao nível N_2 .

ponto 2

$$\begin{aligned}N_2 - H_2 &= H_{11} \\ N_2 - K_2 T_1^2 &= K_{11} T_1\end{aligned}$$

e isolando-se K_{11}

$$K_{11} = \frac{(N_2 - K_2 T_1^2)}{T_1} \quad (4.17)$$

ponto 5

$$\begin{aligned} N_2 - H_2 &= H_{12} \\ N_2 - K_2 T_2^2 &= K_{12} T_2 \end{aligned}$$

e isolando-se K_{12}

$$K_{12} = \frac{(N_2 - K_2 T_2^2)}{T_2} \quad (4.18)$$

ponto 8

$$\begin{aligned} N_2 - H_2 &= H_{13} \\ N_2 - K_2 T_3^2 &= K_{13} T_3 \end{aligned}$$

e isolando-se K_{13}

$$K_{13} = \frac{(N_2 - K_2 T_3^2)}{T_3} \quad (4.19)$$

3. A seguir são deduzidas as equações referentes aos pontos 3, 6 e 9 em relação ao nível N_3

ponto 3

$$\begin{aligned} N_3 - H_2 &= H_{11} \\ N_3 - K_2 TR_1^2 &= K_{11} TR_1 \end{aligned} \quad (4.20)$$

ponto 6

$$\begin{aligned} N_3 - H_2 &= H_{12} \\ N_3 - K_2 TR_2^2 &= K_{12} TR_2 \end{aligned} \quad (4.21)$$

ponto 9

$$\begin{aligned} N_3 - H_2 &= H_{13} \\ N_3 - K_2 \cdot TR_3^2 &= K_{13} \cdot TR_3 \end{aligned} \quad (4.22)$$

4. Determinam-se as taxas de operação dos 4 filtros, T_1 , T_2 , T_3 e T_4 , em operação normal.

Da Eq. 4.13 escreve-se T_1 em função de N_1 :

$$\begin{aligned} N_1 - K_2 \cdot T_1^2 &= K_{10} \cdot T_1 \\ K_2 \cdot T_1^2 + K_{10} \cdot T_1 - N_1 &= 0 \\ T_1^2 + \left(\frac{K_{10}}{K_2} \right) T_1 - \frac{N_1}{K_2} &= 0 \end{aligned} \quad (4.13)$$

e, resolvendo-se esta equação de 2.º grau:

$$T_1 = \frac{-\left(\frac{K_{10}}{K_2}\right) \pm \sqrt{\left(\frac{K_{10}}{K_2}\right)^2 + 4 \cdot \left(\frac{N_1}{K_2}\right)}}{2} \quad (4.23)$$

O valor da taxa de filtração T_1 deve ser positivo. Como o primeiro termo da Eq.4.23 é negativo, o segundo deve ser necessariamente positivo. Desta forma escreve-se $T_1 = f(N_1)$ conforme Eq. 4.24.

$$T_1 = \frac{-\left(\frac{K_{10}}{K_2}\right) + \sqrt{\left(\frac{K_{10}}{K_2}\right)^2 + 4 \cdot \left(\frac{N_1}{K_2}\right)}}{2} \quad (4.24)$$

Na Eq. 4.24 são conhecidos os valores K_{10} , K_2 , porém N_1 deverá ser adotado conforme proposto no passo 6.

Substituindo-se a Eq. 4.17 na Eq. 4.14 obtém-se:

$$\begin{aligned}
 N_1 - K_2.T_2^2 &= \left(\frac{N_2}{T_1} - K_2.T_1\right).T_2 \\
 K_2.T_2^2 + \left(\frac{N_2}{T_1} - K_2.T_1\right).T_2 - N_1 &= 0 \\
 T_2^2 + \left(\frac{N_2}{T_1.K_2} - T_1\right).T_2 - \frac{N_1}{K_2} &= 0
 \end{aligned} \tag{4.25}$$

Resolvendo-se a Eq. 4.25 obtém-se a Eq. 4.26:

$$T_2 = \frac{-\left(\frac{N_2}{K_2.T_1} - T_1\right) \pm \sqrt{\left(\frac{N_2}{K_2.T_1} - T_1\right)^2 + 4\left(\frac{N_1}{K_2}\right)}}{2} \tag{4.26}$$

A taxa de filtração T_2 deve ser maior que 0, desta forma o 2º. termo da Eq. 4.26 deve ser positivo, e a Eq. 4.26 pode ser rescrita conforme Eq. 4.27:

$$T_2 = \frac{-\left(\frac{N_2}{K_2.T_1} - T_1\right) + \sqrt{\left(\frac{N_2}{K_2.T_1} - T_1\right)^2 + 4\left(\frac{N_1}{K_2}\right)}}{2} \tag{4.27}$$

Na Eq. 4.27 K_2 é conhecido. T_1 é função de N_1 . Portanto $T_2 = f(N_1, N_2)$. O valor de N_2 , a exemplo de N_1 , também deverá ser adotado conforme proposto no passo 6.

Substituindo-se a Eq.4.18 na Eq. 4.15 obtém-se a Eq. 4.28:

$$N_1 - K_2.T_3^2 = \left(\frac{N_2}{T_2} - K_2.T_2\right).T_3$$

$$\begin{aligned}
K_2 T_3^2 + \left(\frac{N_2}{T_2} - K_2 T_2\right) T_3 - N_1 &= 0 \\
T_3^2 + \left(\frac{N_2}{T_2 K_2} - T_2\right) T_3 - \frac{N_1}{K_2} &= 0
\end{aligned} \tag{4.28}$$

Resolvendo-se a Eq. 4.28 obtém-se a Eq 4.29:

$$T_3 = \frac{-\left(\frac{N_2}{K_2 T_2} - T_2\right) \pm \sqrt{\left(\frac{N_2}{K_2 T_2} - T_2\right)^2 + 4 \left(\frac{N_1}{K_2}\right)}}{2} \tag{4.29}$$

A taxa de filtração T_3 é positiva, portanto o 2º. termo da Eq. 4.29 deve ser maior que zero. Assim da Eq. 4.29 obtém-se a Eq. 4.30:

$$T_3 = \frac{-\left(\frac{N_2}{K_2 T_2} - T_2\right) + \sqrt{\left(\frac{N_2}{K_2 T_2} - T_2\right)^2 + 4 \left(\frac{N_1}{K_2}\right)}}{2} \tag{4.30}$$

Na Eq. 4.30 K_2 é conhecido. T_1 é função de N_1 e T_2 é função de N_1 e de N_2 . Portanto $T_3 = f(N_1, N_2)$.

Substituindo-se a Eq.4.19 na Eq.4.16 obtém-se a Eq. 4.31:

$$\begin{aligned}
N_1 - K_2 T_4^2 &= \left(\frac{N_2}{T_3} - K_2 T_3\right) T_4 \\
K_2 T_4^2 + \left(\frac{N_2}{T_3} - K_2 T_3\right) T_4 - N_1 &= 0 \\
T_4^2 + \left(\frac{N_2}{T_3 K_2} - T_3\right) T_4 - \frac{N_1}{K_2} &= 0
\end{aligned} \tag{4.31}$$

Resolvendo-se a Eq. 4.31 obtém-se a Eq 4.32:

$$T_4 = \frac{-\left(\frac{N_2}{K_2 \cdot T_3} - T_3\right) \pm \sqrt{\left(\frac{N_2}{K_2 \cdot T_3} - T_3\right)^2 + 4 \cdot \left(\frac{N_1}{K_2}\right)}}{2} \quad (4.32)$$

Como a taxa de filtração T_4 é positiva, o 2º. termo da Eq. 4.32 deve ser maior que zero. Assim, da Eq. 4.32 obtém-se a Eq. 4.33:

$$T_4 = \frac{-\left(\frac{N_2}{K_2 \cdot T_3} - T_3\right) + \sqrt{\left(\frac{N_2}{K_2 \cdot T_3} - T_3\right)^2 + 4 \cdot \left(\frac{N_1}{K_2}\right)}}{2} \quad (4.33)$$

Na Eq. 4.33 K_2 é conhecido. T_1 é função de N_1 e T_3 é função de N_1 e de N_2 . Portanto $T_4 = f(N_1, N_2)$.

Determinam-se as taxas de operação dos 4 filtros, TR_1 , TR_2 e TR_3 durante a operação de retrolavagem do filtro mais sujo.

Substituindo-se a Eq. 4.17 na Eq. 4.20 obtém-se a Eq. 4.34:

$$\begin{aligned} N_3 - K_2 \cdot TR_1^2 &= \left(\frac{N_2}{T_1} - K_2 \cdot T_1\right) \cdot TR_1 \\ K_2 \cdot TR_1^2 + \left(\frac{N_2}{T_1} - K_2 \cdot T_1\right) \cdot TR_1 - N_3 &= 0 \\ TR_1^2 + \left(\frac{N_2}{T_1 \cdot K_2} - T_1\right) \cdot TR_1 - \frac{N_3}{K_2} &= 0 \end{aligned} \quad (4.34)$$

Resolvendo-se a Eq. 4.34 obtém-se a Eq. 4.35:

$$TR_1 = \frac{-\left(\frac{N_2}{K_2.T_1} - T_3\right) \pm \sqrt{\left(\frac{N_2}{K_2.T_1} - T_3\right)^2 + 4.\left(\frac{N_1}{K_2}\right)}}{2} \quad (4.35)$$

Como a taxa de filtração TR_1 é positiva, o 2º. termo da Eq. 4.35 deve ser maior que zero. Assim, da Eq. 4.35 obtém-se a Eq. 4.36:

$$TR_1 = \frac{-\left(\frac{N_2}{K_2.T_1} - T_3\right) + \sqrt{\left(\frac{N_2}{K_2.T_1} - T_3\right)^2 + 4.\left(\frac{N_1}{K_2}\right)}}{2} \quad (4.36)$$

Na Eq. 4.36 K_2 e N_3 são conhecidos. T_1 é função de N_1 . Portanto $TR_1 = f(N_1, N_2)$.

Substituindo-se a Eq. 4.18 na Eq. 4.21 obtém-se a Eq. 4.37:

$$\begin{aligned} N_3 - K_2.TR_2^2 &= \left(\frac{N_2}{T_2} - K_2.T_2\right).TR_2 \\ K_2.TR_2^2 + \left(\frac{N_2}{T_2} - K_2.T_2\right).TR_2 - N_3 &= 0 \\ TR_2^2 + \left(\frac{N_2}{T_2.K_2} - T_2\right).TR_2 - \frac{N_3}{K_2} &= 0 \end{aligned} \quad (4.37)$$

Resolvendo-se a Eq. 4.37 obtém-se a Eq. 4.38:

$$TR_2 = \frac{-\left(\frac{N_2}{K_2.T_2} - T_2\right) \pm \sqrt{\left(\frac{N_2}{K_2.T_2} - T_2\right)^2 + 4.\left(\frac{N_3}{K_2}\right)}}{2} \quad (4.38)$$

Como a taxa de filtração TR_2 é positiva, o 2º. termo da Eq. 4.38 deve ser maior que zero. Assim, da Eq. 4.38 obtém-se a Eq. 4.39:

$$TR_2 = \frac{-\left(\frac{N_2}{K_2 \cdot T_2} - T_2\right) + \sqrt{\left(\frac{N_2}{K_2 \cdot T_2} - T_2\right)^2 + 4 \cdot \left(\frac{N_3}{K_2}\right)}}{2} \quad (4.39)$$

Na Eq. 4.39 K_2 e N_3 são conhecidos. T_2 é função de N_1 e de N_2 . Portanto $TR_2 = f(N_1, N_2)$.

Substituindo-se a Eq. 4.19 na Eq. 4.22 obtém-se a Eq. 4.40:

$$\begin{aligned} N_3 - K_2 \cdot TR_3^2 &= \left(\frac{N_2}{T_3} - K_2 \cdot T_3\right) \cdot TR_3 \\ K_2 \cdot TR_3^2 + \left(\frac{N_2}{T_3} - K_2 \cdot T_3\right) \cdot TR_3 - N_3 &= 0 \\ TR_3^2 + \left(\frac{N_2}{T_3 \cdot K_2} - T_3\right) \cdot TR_3 - \frac{N_3}{K_2} &= 0 \end{aligned} \quad (4.40)$$

Resolvendo-se a Eq. 4.40 obtém-se a Eq. 4.41:

$$TR_3 = \frac{-\left(\frac{N_2}{K_2 \cdot T_3} - T_3\right) \pm \sqrt{\left(\frac{N_2}{K_2 \cdot T_3} - T_3\right)^2 + 4 \cdot \left(\frac{N_3}{K_2}\right)}}{2} \quad (4.41)$$

Como a taxa de filtração TR_3 é positiva, o 2º. termo da Eq. 4.41 deve ser maior que zero. Assim, da Eq. 4.41 obtém-se a Eq. 4.42:

$$TR_3 = \frac{-\left(\frac{N_2}{K_2 \cdot T_3} - T_3\right) + \sqrt{\left(\frac{N_2}{K_2 \cdot T_3} - T_3\right)^2 + 4 \cdot \left(\frac{N_3}{K_2}\right)}}{2} \quad (4.42)$$

Na Eq. 4.42 K_2 e N_3 são conhecidos. T_3 é função de N_1 e de N_2 . Portanto $TR_3 = f(N_1, N_2)$. Conhecendo-se os valores de N_1 e N_2 pode-se obter o valor de TR_3 .

6. Conforme foi verificado no desenvolvimento das Eqs. 4.24, 4.27, 4.30 e 4.33 referentes às taxas de filtração em operação normal, T_1 , T_2 , T_3 e T_4 , e das Eqs. 4.39, 4.39 e 4.42 referentes às taxas de filtração é necessário o conhecimento dos níveis operacionais N_1 e N_2 . Já foram comentadas as diversas possibilidades de atendimento das condições de contorno iniciais (T_{medd} , $T_{máx}$ ou N_3 , n , K_{10} e K_2), uma para cada valor de N_1 ou N_2 adotado. Numa instalação real, costuma-se fixar o nível operacional N_2 quando o operador deverá proceder à lavagem do filtro com maior tempo de operação. Numa situação em que os filtros da bateria fossem idênticos, a vazão afluyente constante e as lavagens executadas de forma perfeita (sempre obtendo-se o mesmo valor de K_{10}), o sistema sempre buscaria um nível operacional N_1 constante, quando um filtro limpo entrasse em operação. Tal nível N_1 , deverá manter a taxa de filtração no filtro recém-lavado T_1 acima de T_{med} , já que os demais trabalharão com taxas de filtração menores em função de sua maior perda de carga proporcionada pelo material já removido. Desta forma, é possível estabelecer-se um valor limite mínimo para N_1 , conforme calculado na Eq. 4.43:

$$N_{1min} = K_2 T_{medd}^2 + K_{10} T_{medd} \quad (4.43)$$

No presente trabalho, optou-se por seleccionar todas as possibilidades de ocorrência para o nível operacional N_1 , variando-o entre o valor mínimo (N_{1min}) e o valor máximo possível, no caso o nível N_3 conhecido, sem atingí-lo. Como o nível operacional N_2 deverá estabelecer-se entre o valor adotado para N_1 e N_3 , para cada N_1 , seleccionou-se as várias possibilidades de ocorrência de N_2 , tomando-se como solução os pares (N_1 e N_2), que resultaram em valores de taxas de filtração, seja em condições normais de operação ou, durante a lavagem de um filtro, que respeitassem o valor desejado de T_{medd} dentro de um pequeno intervalo de variação conforme visto na Eq. 4.46.

Desta forma, as faixas de variação selecionadas pelos níveis N_1 e N_2 foram assim definidas:

$$N_{1min} < N_1 < N_2 \quad (4.44)$$

$$N_1 < N_2 < N_3 \quad (4.45)$$

Os cálculos efetivados foram feitos em um microcomputador após o desenvolvimento de um programa em linguagem PASCAL (FREE PASCAL) para o modelo matemático proposto, apresentado no Anexo A.

Para o exemplo em pauta, N_{1min} resultou igual a 65 cm e $N_3 = 159$ cm. Desta forma, adotou-se um degrau de variação igual a 1 cm para os valores de N_1 e N_2 , tem-se:

$$66 \text{ cm} \leq N_1 \leq 157 \text{ cm}$$

$$67 \text{ cm} \leq N_2 \leq 158 \text{ cm}$$

Calculando-se os valores das taxas de filtração em operação normal e das taxas de filtração durante lavagem do filtro mais sujo para os valores de N_1 e N_2 contidos nos intervalos definidos obtém-se várias soluções. Nem todas as soluções são consistentes, pois não satisfizessem as Eqs. 4.3 e 4.7 simultaneamente. Para evitar-se um tempo demasiado nos cálculos, definiu-se um erro. Desta forma o valor absoluto da diferença da taxa média definida e da taxa média encontrada como solução deve ser menor ou igual a este erro. Neste exemplo adotou-se um erro de $5 \text{ m}^3 / \text{m}^2 / \text{dia}$. Portanto as condições para a taxa média em operação normal dos filtros e durante o processo de lavagem do filtro mais sujo é dado respectivamente pelas Eqs. 4.46 e 4.47:

$$| T_{medd} - T_{med} | \leq \text{erro} \quad (4.46)$$

$$| T_{medd} - TR_{med} | \leq \text{erro} \quad (4.47)$$

onde:

T_{medd} = Taxa média definida. Valor adotado no passo 4 , $T_{medd} = 300 \text{ m}^3 / \text{m}^2 / \text{dia}$;

T_{med} = Taxa média encontrada a partir da Eq. 4.3 e das equações das taxas de filtração em operação normal de cada um dos filtros nos intervalos dos níveis N_1 e N_2 definidos;

TR_{med} = Taxa média encontrada a partir da Eq. 4.7 e das equações das taxas de filtração durante operação de lavagem do filtro mais sujos nos intervalos dos níveis N_1 e N_2 definidos;

7. A escolha da solução otimizada deve privilegiar o maior tempo operacional possível entre duas lavagens sucessivas, minimizando-se assim o consumo de água filtrada para a lavagem, resultando numa maior produtividade “líquida” para o sistema. Como o período de operação de um filtro está diretamente relacionado com a carga hidráulica disponível para a retenção de impurezas e esta com o valor de $N_2 - N_1$. A maior distância (d) possível, entre os pontos operacionais 1 e 11 do exemplo em questão, foi adotada como condição de otimização, conforme mostra a Fig. 4.22.

Esta distância (d) pode ser obtida a partir da solução do triângulo retângulo $\Delta 1P11$ (onde 1 , P e 11 são os pontos indicados na Fig. 4.20), assim:

$$d^2 = a^2 + b^2 \quad (4.48)$$

$$a = T_1 - T_4 \quad (4.49)$$

$$b = N_2 - K_2 T_4^2 - K_{10} T_1 \quad (4.50)$$

desta forma, substituindo-se as Eqs. 4.49 e 4.50 na Eq. 4.48 , obtém-se a Eq. 4.51:

$$d = \sqrt{(T_1 - T_4)^2 + (N_2 - K_2 T_4^2 - K_{10} T_1)^2} \quad (4.51)$$

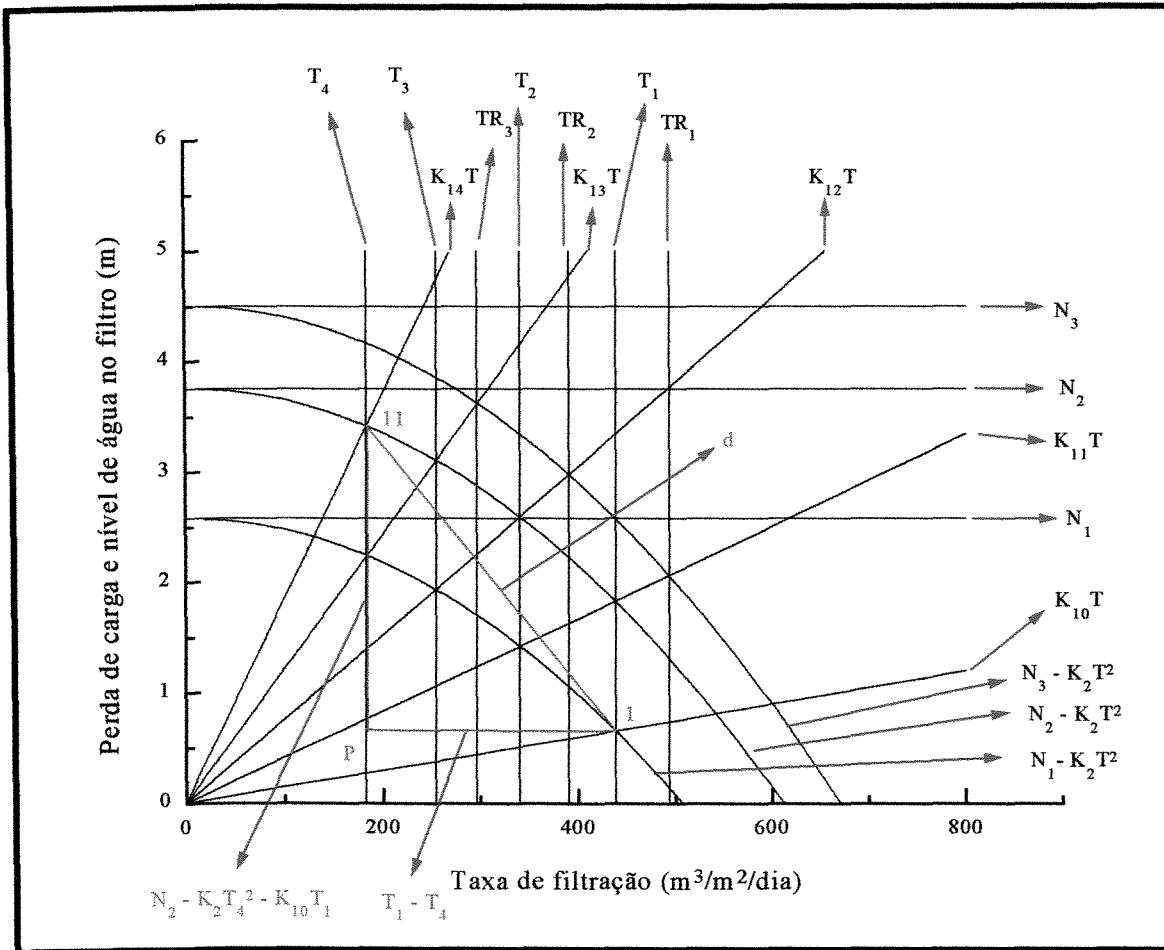


Figura 4.20: Distância d entre o ponto de operação efetiva do filtro recém-colocado em operação e do ponto de retirada do filtro mais sujo da bateria.

Na Eq. 4.51 são conhecidos os valores de K_2 e K_{10} . A taxa T_1 é função de N_1 e a taxa T_4 é função de N_1 e N_2 . Quando as 3 condições impostas pelas Eqs. 4.46, 4.47 e 4.51 forem satisfeitas, obtém-se os valores otimizados das taxas de filtração, em operação normal, T_1 , T_2 , T_3 e T_4 , as taxas de filtração durante a lavagem do filtro mais sujo, TR_1 , TR_2 e TR_3 e os níveis de operação N_1 e N_2 .

4.4 GENERALIZAÇÃO DO MODELO PARA UM NÚMERO, N, QUALQUER DE FILTROS DE UMA BATERIA

O cálculo das taxas de filtração durante a operação normal dos 4 filtros, as taxas de operação durante a lavagem do filtro mais sujo e os níveis de operação dos filtros, exemplificado no item 4.2 pode ser generalizado para um número qualquer de filtros (N).

O procedimento para generalização é enumerado pelos passos de a a k, a seguir:

a) Determinação do coeficiente de perda de carga laminar do meio filtrante limpo, K_{10} (dia). A perda de carga laminar dada pela Eq. 4.1:

$$H_{10} = K_{10} \cdot T \quad (4.1)$$

b) Definição do coeficiente de perda de carga turbulento, K_2 , do sistema de filtração, dado em d^2 / m . A perda de carga turbulenta é dada pela Eq. 4.2:

$$H_2 = K_2 T^2 \quad (4.2)$$

c) Definição do número, n, de filtros da bateria de filtração.

d) Definição da taxa média de filtração, T_{medd} ($m^3 / m^2 / dia$).

e) Definição da taxa máxima de filtração, T_{max} , ou do nível máximo de operação do filtro, N_3 . Utilização da Eq. 4.10 para determinação da outra variável.

$$K_{10} T_{max} = N_3 - K_2 T_{max}^2 \quad (4.10)$$

f) Determinação do valor mínimo de N_1 , N_{1min} , dada pela Eq 4.43:

$$N_{1min} = K_2 T_{medd}^2 + K_1 T_{medd} \quad (4.43)$$

g) A taxa de filtração do filtro 1 limpo é dada pela Eq. 4.24

$$T_1 = \frac{-\left(\frac{K_{10}}{K_2}\right) + \sqrt{\left(\frac{K_{10}}{K_2}\right)^2 + 4\left(\frac{N_1}{K_2}\right)}}{2} \quad (4.24)$$

h) As equações das taxas de filtração em operação normal dos demais filtros são dadas pela Eq. 4.52

$$T_n = \frac{-\left(\frac{N_2}{K_2 \cdot T_{n-1}} - T_{n-1}\right) + \sqrt{\left(\frac{N_2}{K_2 \cdot T_{n-1}} - T_{n-1}\right)^2 + 4\left(\frac{N_1}{K_2}\right)}}{2} \quad (4.52)$$

i) As taxas de filtração em operação durante a lavagem do filtro mais sujo são dadas pela Eq 4.53

$$TR_n = \frac{-\left(\frac{N_2}{K_2 \cdot T_n} - T_n\right) + \sqrt{\left(\frac{N_2}{K_2 \cdot T_n} - T_n\right)^2 + 4\left(\frac{N_3}{K_2}\right)}}{2} \quad (4.53)$$

j) Calculam-se os valores das taxas de filtração dos n filtros em operação normal e das taxas de filtração durante a lavagem dos $(n-1)$ filtros para os intervalos $N_{1min} < N_1 < N_2$ e $N_1 < N_2 < N_3$, com valores de forma a satisfazer às três condições descritas anteriormente e repetidas a seguir:

Condição 1: Cálculo da taxa média de filtração em operação normal dos filtros:

$$T_{med} = \frac{\left(\sum_{i=1}^n T_i \right)}{n} \quad (4.3)$$

adotando-se a verificação de que seja obedecida a Eq. 4.46:

$$| T_{medd} - T_{med} | \leq \text{erro} \quad (4.46)$$

Condição 2: Cálculo da taxa média de filtração durante a retrolavagem do filtro mais sujo:

$$TR_{med} = \frac{\left(\sum_{i=1}^n TR_i \right)}{n} \quad (4.7)$$

adotando-se a verificação de que seja obedecida a Eq. 4.47:

$$| T_{medd} - TR_{med} | \leq \text{erro} \quad (4.47)$$

Condição 3: Cálculo da distância , d (LT^{-1}), que representa o intervalo da carreira de filtração:

$$d = \sqrt{\left((T_1 - T_n)^2 + (N_2 - K_2 T_n^2 - K_{10} T_1)^2 \right)} \quad (4.54)$$

k) Escolha da solução otimizada que resultou no maior valor de d calculado, desde que a taxa máxima (T_{max}) seja igual a 1,5 vezes o valor da taxa média (T_{medd} e T_{med}) -

conforme NBR 12216 (1992) e o escoamento seja laminar, para que se possa considerar as condições segundo equação de Fair-Hatch.

5 RESULTADOS E DISCUSSÃO

5.1 INTRODUÇÃO

De forma a analisar os resultados obtidos por este novo método e modelo matemático, foram feitas várias simulações utilizando-se o programa de computador desenvolvido em linguagem PASCAL. Para realizar estas simulações foram adotados valores fixos de K_{10} , T_{medd} e T_{max} . Os valores do número (n) de filtros da bateria e do coeficiente (K_2) da perda de carga turbulenta foram variados.

Para cada uma das simulações são apresentados os resultados de níveis de água operacionais (N_1 , N_2 , N_3), taxas de filtração em operação normal (T_1 , T_2 , T_3 , ..., T_i , ..., T_n) e taxas de filtração durante a lavagem de um dos filtros da bateria (TR_1 , TR_2 , TR_3 , ..., TR_i , ..., TR_{n-1}) para as diversas soluções possíveis, destacando-se a solução otimizada. Para a solução escolhida foi traçado o gráfico correspondente para maior facilidade de visualização dos resultados obtidos.

Nas simulações foram utilizados 4, 6, 8, 10 e 20 filtros. Os valores do coeficiente (K_2) de perda de carga turbulento utilizados foram 5×10^{-6} , $7,5 \times 10^{-6}$ e 1×10^{-5} d^2/m .

Não foi possível fazer os gráficos das simulações para 20 filtros devido à quantidade de informações nas figuras, o que dificultava a visualização das diferentes taxas de filtração, taxas de filtração durante a lavagem dos filtros e dos níveis de operação, uma vez que muitos valores eram muito próximos, impedindo assim que o programa gráfico utilizado (ORIGIN™) reproduzisse estas figuras com boa precisão.

O gráfico de cada simulação foi obtido da seguinte forma (exemplificando a obtenção do gráfico da simulação 1):

- a) a elaboração do gráfico foi obtida baseada nas equações do modelo matemático desenvolvido no capítulo 4 (Metodologia) deste trabalho. Os cálculos matemáticos e o processamento foram realizados com o auxílio do programa de computador desenvolvido na linguagem FREE PASCAL. Os valores dos coeficientes de perda de carga laminar ($K_{10} = 1,5 \times 10^{-3} \text{ d}$) e de perda de carga turbulenta ($K_2 = 5 \times 10^{-6} \text{ a } 1 \times 10^{-5} \text{ d}^2/\text{m}$) foram selecionados baseados no artigo de CEASBY (1993). Como não se tinha noção precisa do coeficiente de carga turbulenta, selecionou-se valores próximos ao valor utilizado por este autor. A taxa de filtração máxima ($T_{\text{máx}} = 600 \text{ m}^3/\text{m}^2/\text{d}$) e a taxa de filtração média foram escolhidas na tese de doutorado de TEIXEIRA (1991). A quantidade de filtros do sistema de filtração foi selecionado baseado em DI BERNARDO (1993), TEIXEIRA (1991) e CEASBY (1993). A escolha do erro ($5 \text{ m}^3/\text{m}^2/\text{d}$) foi aleatória. Porém, todos estes valores podem ser selecionados e introduzidos no programa durante a sua execução, de acordo com valores operacionais reais em uma ETA.
- b) a partir do valor do coeficiente de perda de carga laminar (K_{10}) definido como um dos parâmetros e indicado na tabela 5.1, a Eq. 4.1 e o intervalo da taxa de filtração que varia desde 0 até $T_{\text{máx}} (= 600 \text{ m}^3/\text{m}^2/\text{dia})$, obteve-se a reta de perda de carga do meio filtrante recém lavado (limpo), H_{10} . Esta reta foi representada no gráfico;
- c) a partir do valor do coeficiente de perda de carga turbulento (K_2) também definido como um dos parâmetros e indicado na tabela 5.1, a Eq. 4.2 e o intervalo da taxa de filtração que varia desde 0 até $T_{\text{máx}} (= 600 \text{ m}^3/\text{m}^2/\text{dia})$, obteve-se a curva de perda de carga turbulenta. Esta curva não foi apresentada no gráfico;
- d) utilizando-se a Eq. 4.10 e os valores obtidos nos itens a (perda de carga laminar) e b (perda de carga turbulenta) anteriormente descritos, pode-se obter o valor do nível máximo atingido pelo nível de água (N_3). Com este valor traça-se uma reta paralela ao eixo da taxa de filtração (x) e que cruza o eixo perda de carga e nível de água no filtro (y) no valor de (N_3);

- e) tendo-se o valor de (N_3) e a respectiva reta e os valores da perda de carga turbulenta obtidos no item b, pode-se traçar a curva ($N_3 - K_2 T^2$);
- f) utilizando-se os valores de K_1 , K_2 , T_{med} e a Eq. 4.43, pode-se obter o valor do nível mínimo da água no filtro (N_{1min}). Na simulação 1 o valor de N_{1min} é de 90 cm ($N_{1min}(m) = 5 \times 10^{-6} \times (300)^2 + 1,5 \times 10^{-3} \times 300 = 0,9 \text{ m}$);
- g) com o uso das Eqs. 4.44 ($N_{1min} (= 90 \text{ cm}) < N_1 < N_2$) e 4.45 ($N_1 < N_2 < N_3 (= 270 \text{ cm})$), variou-se N_1 desde ($N_{1min} + 1 (= 91 \text{ cm})$) até ($N_3 - 2 (= 268 \text{ cm})$). Na execução do programa considerou-se a variação de 1 em 1 cm, para que a memória do computador não saturasse. Porém, pode-se selecionar valores menores ou maiores que 1 cm. Para cada 1 cm de N_1 variado, variou-se o valor de N_2 de ($N_{1min} + 2 (= 92 \text{ cm})$) até ($N_3 - 1 (= 269 \text{ cm})$). Para cada conjunto de valores N_1 e N_2 obtidos, calculou-se os valores das taxas de filtração (T_n) e as taxas de filtração durante o processo de retrolavagem do filtro mais sujo do conjunto de $N (= 4)$ filtros pelas Eqs. 4.24, 4.52 e 4.53. Com os valores das taxas obtidos, calculou-se, com o uso das Eqs. 4.3 e 4.7, os valores da taxa média de filtração (T_{med}) e taxa média de filtração durante o processo de retrolavagem (TR_{med}). Para cada um dos valores de T_{med} e TR_{med} obtidos, com o auxílio das Eqs. 4.46 e 4.47 e o valor do erro ($= 5 \text{ m}^3/\text{m}^2/\text{dia}$) definido como parâmetro na tabela 5.1, obteve-se os valores da tabela B1 (para a simulação 1) do anexo B;
- h) para os valores de N_1 e N_2 , cujo valor de d obtido pela Eq. 4.54 foi o maior (veja última linha da Tabela B1 do Anexo B), e cujos valores das taxas de filtração (T_n) e taxa de filtração durante o processo de retrolavagem (TR_n) dos $N (= 4)$ já tinham sido calculados anteriormente, traçou-se retas paralelas ao eixo das taxas de filtração (x) passando pelos respectivos valores ($N_1 = 160 \text{ cm}$ e $N_2 = 226 \text{ cm}$) no eixo da perda de carga e nível de água no filtro (y). Com estes valores e o valor da perda de carga turbulenta obtido no item b, pode-se traçar também as curvas ($N_1 - K_2 T^2$) e ($N_2 - K_2 T^2$);
- i) Traçou-se as retas, que representam as taxas de filtração e taxas de filtração durante o processo de retrolavagem dos $N (= 4)$ filtros, paralelas ao eixo da perda de carga e nível de água no filtro (y) passando pelos respectivos valores das taxas de filtração neste eixo (x);

- j) As retas de perda de carga laminar para cada um dos $N (= 4)$ filtros (reta $K_{li}.T$, onde i é o i -ésimo filtro), são obtidas pela reta que passa pela origem $(0, 0)$ e pela interseção da taxa de filtração deste i -ésimo filtro com a curva $(N_2 - K_2T^2)$, uma vez que esta reta representa uma perda de carga laminar para este filtro.

5.2 RESULTADOS DAS SIMULAÇÕES

Simulação 1

Esta simulação foi realizada para 4 filtros e coeficiente de perda de carga $K_2 = 5 \times 10^{-6} \text{ dia}^2 / \text{m}$.

Tabela 5.1: Parâmetros e valores utilizados na simulação 1:

| Parâmetro | Valor |
|---|---|
| Coeficiente de perda de carga laminar, K_{10} | $1,5 \times 10^{-3} \text{ dia}$ |
| Coeficiente de perda de carga turbulento, K_2 | $5 \times 10^{-6} \text{ dia}^2 / \text{m}$ |
| número de filtros, n | 4 |
| T_{medd} | $300 \text{ m}^3 / \text{m}^2 / \text{dia}$ |
| T_{max} | $600 \text{ m}^3 / \text{m}^2 / \text{dia}$ |
| Erro | $5 \text{ m}^3 / \text{m}^2 / \text{dia}$ |

Os valores dos níveis de água nos filtros durante a operação, das taxas de filtração em operação normal do sistema de filtração e das taxas de filtração durante a operação de retrolavagem do filtro mais sujo, obtidos com o uso do programa no Anexo A, são apresentados na Tabela 5.2 e no Anexo B na última linha da Tabela B1. Com estes resultados foi elaborado o gráfico da Fig. 5.1

Tabela 5.2: Resultados da Simulação 1

| | | | |
|---|----------------------------|--------------|--------------|
| Níveis de água nos filtros (cm) | $N_1 = 160$ | $N_2 = 226$ | $N_3 = 270$ |
| Taxas de filtração em operação normal ($m^3 / m^2 / dia$) | $T_1 = 435$ $T_4 = 188$ | $T_2 = 339$ | $T_3 = 256$ |
| Taxas de filtração durante a operação de retrolavagem ($m^3 / m^2 / dia$) | $TR_1 = 492$ | $TR_2 = 390$ | $TR_3 = 298$ |
| T_1 / T_{medd} | 1,45 | | |

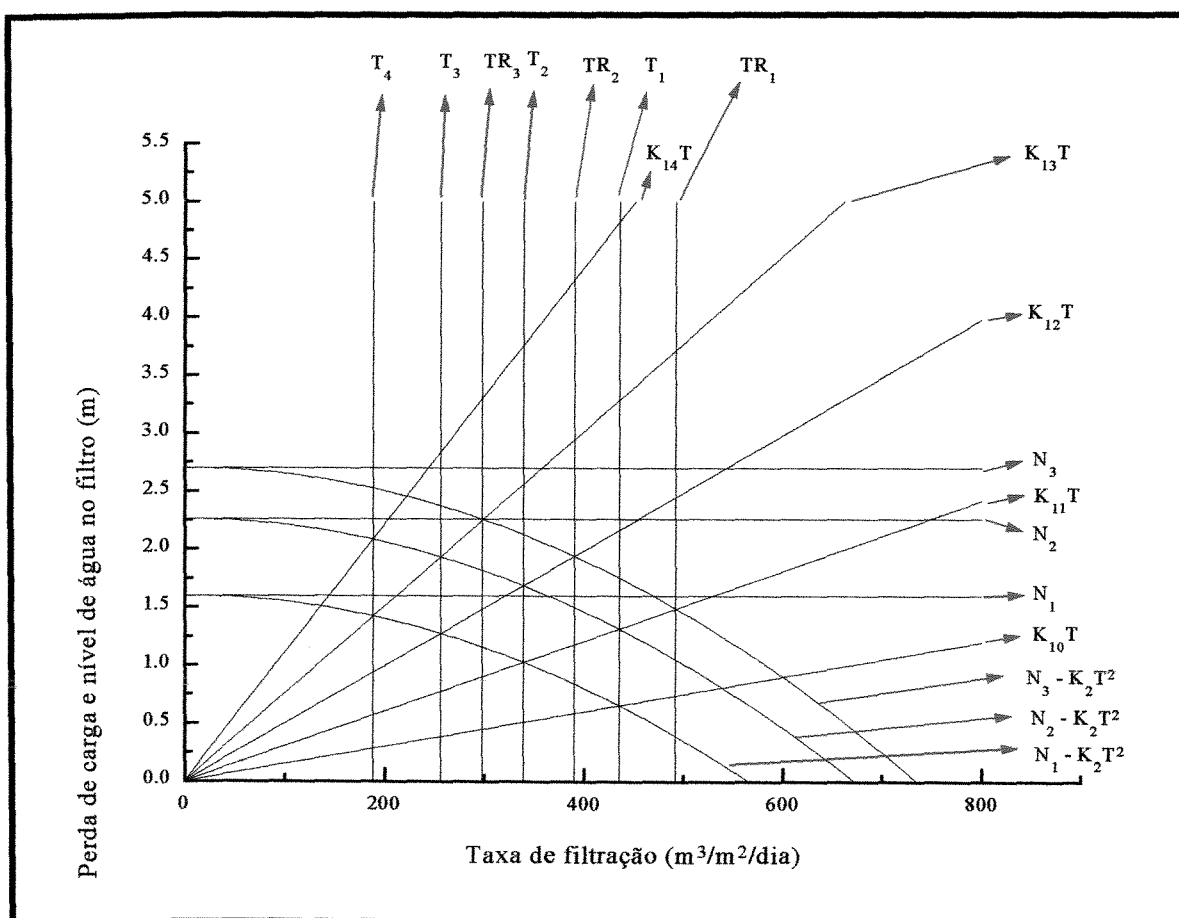


Figura 5.1 : Níveis de água nos filtros, taxas de filtração durante operação normal e taxas de filtração durante lavagem do filtro mais sujo, baseado nos dados das Tabelas 5.1 e 5.2.

Simulação 2

Esta simulação foi realizada para 6 filtros e coeficiente de perda de carga $K_2 = 5 \times 10^{-6} \text{ dia}^2 / \text{m}$.

Tabela 5.3: Parâmetros e valores utilizados na simulação 2:

| Parâmetro | Valor |
|---|---|
| Coeficiente de perda de carga laminar, K_{10} | $1,5 \times 10^{-3} \text{ dia}$ |
| Coeficiente de perda de carga turbulento, K_2 | $5 \times 10^{-6} \text{ dia}^2 / \text{m}$ |
| número de filtros, n | 6 |
| T_{medd} | $300 \text{ m}^3 / \text{m}^2 / \text{dia}$ |
| T_{max} | $600 \text{ m}^3 / \text{m}^2 / \text{dia}$ |
| Erro | $5 \text{ m}^3 / \text{m}^2 / \text{dia}$ |

Os valores dos níveis de água nos filtros durante a operação, das taxas de filtração em operação normal do sistema de filtração e das taxas de filtração durante a operação de retrolavagem do filtro mais sujo, são apresentados na Tabela 5.4 e no Anexo B na última linha da Tabela B2. Com estes resultados foi elaborado o gráfico da Fig. 5.2

Tabela 5.4: Resultados da Simulação 2

| | | | |
|--|--------------|--------------|--------------|
| Níveis de água nos filtros (cm) | $N_1 = 190$ | $N_2 = 250$ | $N_3 = 270$ |
| Taxas de filtração em operação normal ($\text{m}^3 / \text{m}^2 / \text{dia}$) | $T_1 = 484$ | $T_2 = 400$ | $T_3 = 324$ |
| | $T_4 = 257$ | $T_5 = 201$ | $T_6 = 156$ |
| Taxas de filtração durante a operação de retrolavagem ($\text{m}^3 / \text{m}^2 / \text{dia}$) | $TR_1 = 510$ | $TR_2 = 424$ | $TR_3 = 345$ |
| | $TR_4 = 275$ | $TR_5 = 216$ | |
| T_1 / T_{medd} | 1,613 | | |

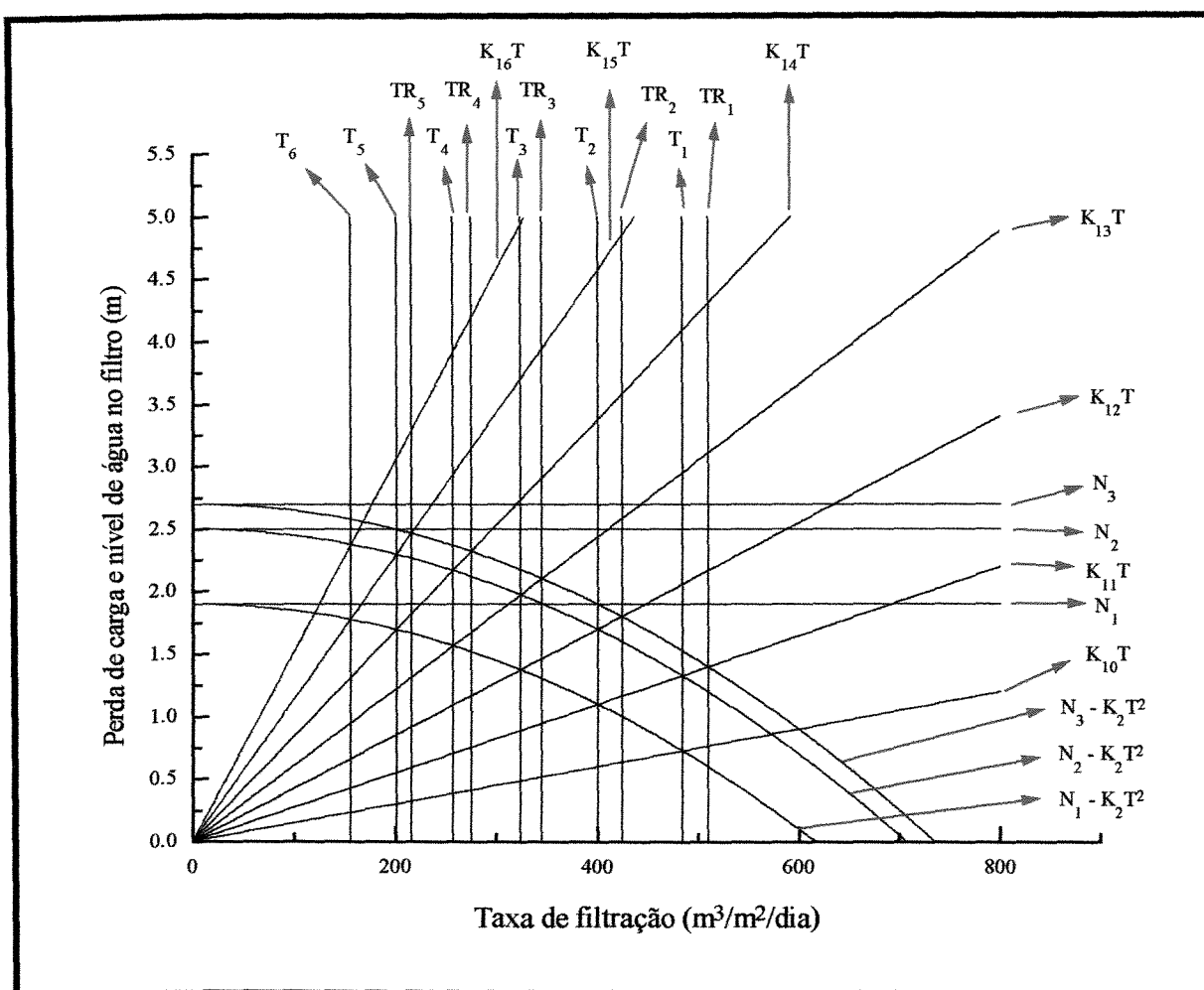


Figura 5.2 : Níveis de água nos filtros, taxas de filtração durante operação normal e taxas de filtração durante lavagem do filtro mais sujo, baseado nos dados das Tabelas 5.3 e 5.4.

Simulação 3

Esta simulação foi realizada para 8 filtros e coeficiente de perda de carga $K_2 = 5 \times 10^{-6} \text{ dia}^2 / \text{m}$.

Tabela 5.5: Parâmetros e valores utilizados na simulação 3:

| Parâmetro | Valor |
|---|---|
| Coeficiente de perda de carga laminar, K_{10} | $1,5 \times 10^{-3} \text{ dia}$ |
| Coeficiente de perda de carga turbulento, K_2 | $5 \times 10^{-6} \text{ dia}^2 / \text{m}$ |
| número de filtros, n | 8 |
| T_{medd} | $300 \text{ m}^3 / \text{m}^2 / \text{dia}$ |
| T_{max} | $600 \text{ m}^3 / \text{m}^2 / \text{dia}$ |
| Erro | $5 \text{ m}^3 / \text{m}^2 / \text{dia}$ |

Os valores dos níveis de água nos filtros durante a operação, das taxas de filtração em operação normal do sistema de filtração e das taxas de filtração durante a operação de retrolavagem do filtro mais sujo, são apresentados na Tabela 5.6 e no Anexo B na última linha da Tabela B3. Com estes resultados foi elaborado o gráfico da Fig. 5.3

Tabela 5.6: Resultados da Simulação 3

| | | | |
|--|--------------|--------------|--------------|
| Níveis de água nos filtros (cm) | $N_1 = 207$ | $N_2 = 258$ | $N_3 = 270$ |
| Taxas de filtração em operação normal ($\text{m}^3 / \text{m}^2 / \text{dia}$) | $T_1 = 510$ | $T_2 = 440$ | $T_3 = 374$ |
| | $T_4 = 314$ | $T_5 = 260$ | $T_6 = 214$ |
| | $T_7 = 174$ | $T_8 = 141$ | |
| Taxas de filtração durante a operação de retrolavagem ($\text{m}^3 / \text{m}^2 / \text{dia}$) | $TR_1 = 526$ | $TR_2 = 455$ | $TR_3 = 387$ |
| | $TR_4 = 326$ | $TR_5 = 271$ | $TR_6 = 223$ |
| | $TR_7 = 182$ | | |
| T_1 / T_{medd} | 1,7 | | |

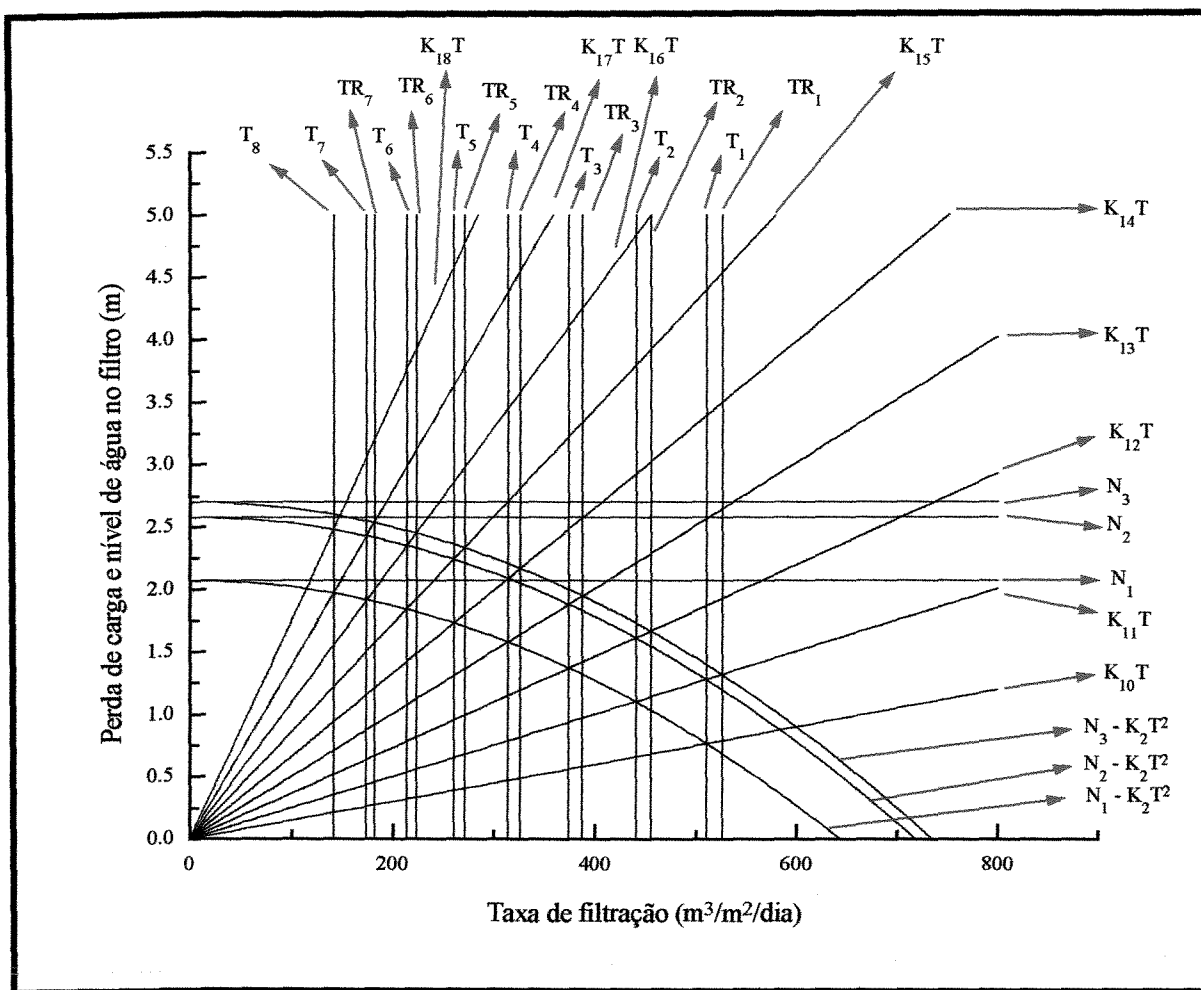


Figura 5.3 : Níveis de água nos filtros, taxas de filtração durante operação normal e taxas de filtração durante lavagem do filtro mais sujo, baseado nos dados das Tabelas 5.5 e 5.6.

Simulação 4

Esta simulação foi realizada para 10 filtros e coeficiente de perda de carga $K_2 = 5 \times 10^{-6} \text{ dia}^2 / \text{m}$.

Tabela 5.7: Parâmetros e valores utilizados na simulação 4:

| Parâmetro | Valor |
|---|---|
| Coeficiente de perda de carga laminar, K_{10} | $1,5 \times 10^{-3} \text{ dia}$ |
| Coeficiente de perda de carga turbulento, K_2 | $5 \times 10^{-6} \text{ dia}^2 / \text{m}$ |
| número de filtros, n | 10 |
| T_{medd} | $300 \text{ m}^3 / \text{m}^2 / \text{dia}$ |
| T_{max} | $600 \text{ m}^3 / \text{m}^2 / \text{dia}$ |
| Erro | $5 \text{ m}^3 / \text{m}^2 / \text{dia}$ |

Os valores dos níveis de água nos filtros durante a operação, das taxas de filtração em operação normal do sistema de filtração e das taxas de filtração durante a operação de retrolavagem do filtro mais sujo, são apresentados na Tabela 5.8 e no Anexo B na última linha da Tabela B4. Com estes resultados foi elaborado o gráfico da Fig. 5.4

Tabela 5.8: Resultados da Simulação 4

| | | | |
|--|----------------|--------------|--------------|
| Níveis de água nos filtros (cm) | $N_1 = 219$ | $N_2 = 263$ | $N_3 = 270$ |
| Taxas de filtração em operação normal ($\text{m}^3 / \text{m}^2 / \text{dia}$) | $T_1 = 528$ | $T_2 = 468$ | $T_3 = 411$ |
| | $T_4 = 357$ | $T_5 = 307$ | $T_6 = 263$ |
| | $T_7 = 223$ | $T_8 = 189$ | $T_9 = 159$ |
| | $T_{10} = 133$ | | |
| Taxas de filtração durante a operação de retrolavagem ($\text{m}^3 / \text{m}^2 / \text{dia}$) | $TR_1 = 537$ | $TR_2 = 477$ | $TR_3 = 419$ |
| | $TR_4 = 364$ | $TR_5 = 314$ | $TR_6 = 269$ |
| | $TR_7 = 229$ | $TR_8 = 193$ | $TR_9 = 163$ |
| T_1 / T_{medd} | 1,76 | | |

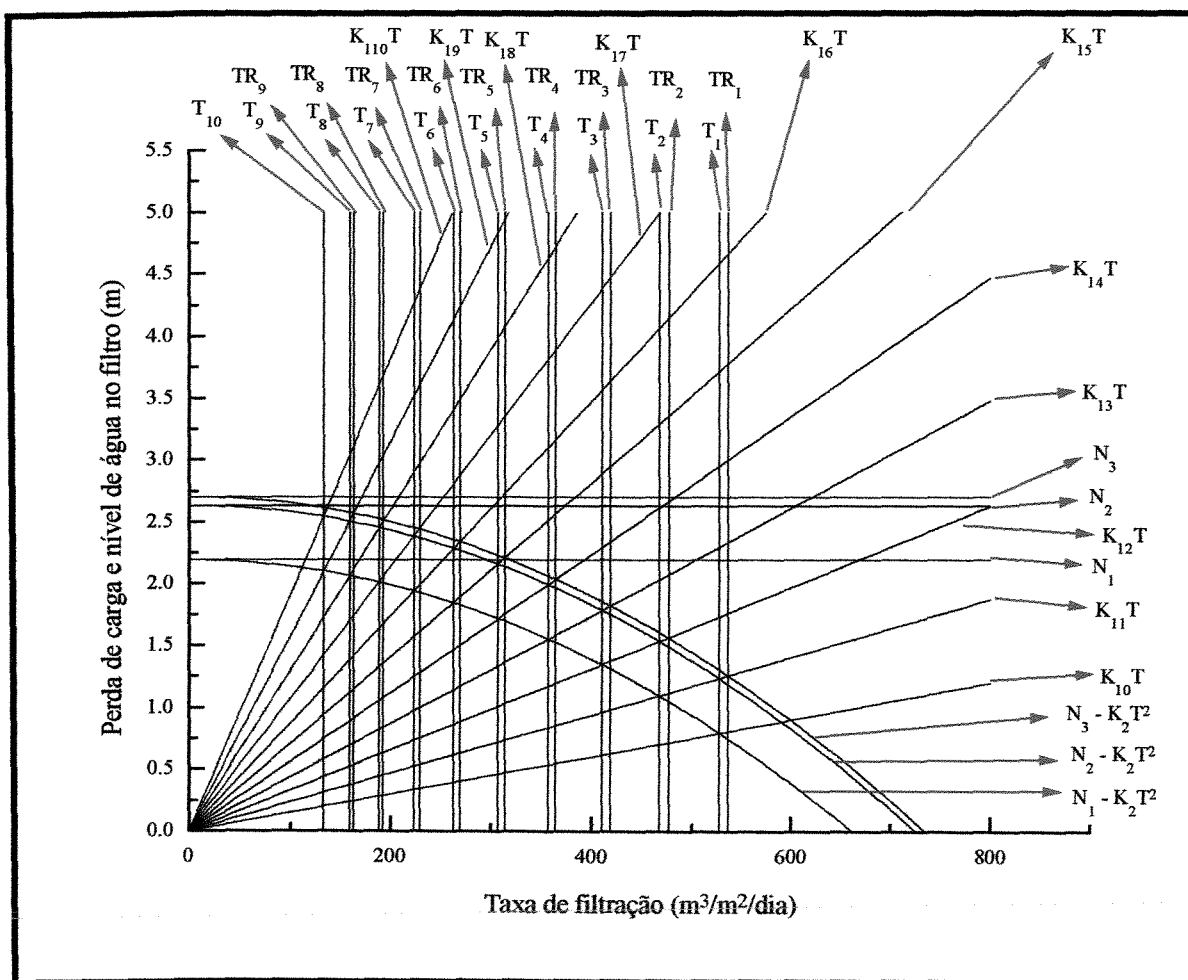


Figura 5.4 : Níveis de água nos filtros, taxas de filtração durante operação normal e taxas de filtração durante lavagem do filtro mais sujo, baseado nos dados das Tabelas 5.7 e 5.8.

Simulação 5

Esta simulação foi realizada para 20 filtros e coeficiente de perda de carga $K_2 = 5 \times 10^{-6} \text{ dia}^2 / \text{m}$.

Tabela 5.9: Parâmetros e valores utilizados na simulação 5:

| Parâmetro | Valor |
|---|---|
| Coeficiente de perda de carga laminar, K_{10} | $1,5 \times 10^{-3} \text{ dia}$ |
| Coeficiente de perda de carga turbulento, K_2 | $5 \times 10^{-6} \text{ dia}^2 / \text{m}$ |
| número de filtros, n | 20 |
| T_{medd} | $300 \text{ m}^3 / \text{m}^2 / \text{dia}$ |
| T_{max} | $600 \text{ m}^3 / \text{m}^2 / \text{dia}$ |
| Erro | $5 \text{ m}^3 / \text{m}^2 / \text{dia}$ |

Os valores dos níveis de água nos filtros durante a operação, das taxas de filtração em operação normal do sistema de filtração e das taxas de filtração durante a operação de retrolavagem do filtro mais sujo, são apresentados na Tabela 5.10 e Anexo B na última linha da Tabela B5.

Tabela 5.10: Resultados da Simulação 5

| Níveis de água nos filtros (cm) | $N_1 = 244$ | $N_2 = 269$ | $N_3 = 270$ |
|--|----------------|----------------|----------------|
| Taxas de filtração em operação normal ($\text{m}^3 / \text{m}^2 / \text{dia}$) | $T_1 = 564$ | $T_2 = 530$ | $T_3 = 497$ |
| | $T_4 = 465$ | $T_5 = 433$ | $T_6 = 403$ |
| | $T_7 = 374$ | $T_8 = 346$ | $T_9 = 319$ |
| | $T_{10} = 294$ | $T_{11} = 270$ | $T_{12} = 248$ |
| | $T_{13} = 227$ | $T_{14} = 207$ | $T_{15} = 189$ |
| | $T_{16} = 173$ | $T_{17} = 157$ | $T_{18} = 143$ |
| | $T_{19} = 130$ | $T_{20} = 119$ | |

| Tabela 5.10: Resultados da Simulação 5 - Continuação | | | |
|---|------------------------|------------------------|------------------------|
| Taxas de filtração durante a operação de retrolavagem ($\text{m}^3 / \text{m}^2 / \text{dia}$) | $\text{TR}_1 = 565$ | $\text{TR}_2 = 532$ | $\text{TR}_3 = 498$ |
| | $\text{TR}_4 = 466$ | $\text{TR}_5 = 435$ | $\text{TR}_6 = 404$ |
| | $\text{TR}_7 = 375$ | $\text{TR}_8 = 347$ | $\text{TR}_9 = 320$ |
| | $\text{TR}_{10} = 295$ | $\text{TR}_{11} = 271$ | $\text{TR}_{12} = 248$ |
| | $\text{TR}_{13} = 227$ | $\text{TR}_{14} = 208$ | $\text{TR}_{15} = 190$ |
| | $\text{TR}_{16} = 173$ | $\text{TR}_{17} = 158$ | $\text{TR}_{18} = 144$ |
| | $\text{TR}_{19} = 131$ | | |
| T_1 / T_{medd} | 1,88 | | |

Simulação 6

Esta simulação foi realizada para 4 filtros e coeficiente de perda de carga $K_2 = 7,5 \times 10^{-6} \text{ dia}^2 / \text{m}$.

Tabela 5.11: Parâmetros e valores utilizados na simulação 6:

| Parâmetro | Valor |
|---|---|
| Coeficiente de perda de carga laminar, K_{10} | $1,5 \times 10^{-3} \text{ dia}$ |
| Coeficiente de perda de carga turbulento, K_2 | $7,5 \times 10^{-6} \text{ dia}^2 / \text{m}$ |
| número de filtros, n | 4 |
| T_{medd} | $300 \text{ m}^3 / \text{m}^2 / \text{dia}$ |
| T_{max} | $600 \text{ m}^3 / \text{m}^2 / \text{dia}$ |
| Erro | $5 \text{ m}^3 / \text{m}^2 / \text{dia}$ |

Os valores dos níveis de água nos filtros durante a operação, das taxas de filtração em operação normal do sistema de filtração e das taxas de filtração durante a operação de retrolavagem do filtro mais sujo, são apresentados na Tabela 5.12 e no Anexo B na última linha da Tabela B6. Com estes resultados foi elaborado o gráfico da Fig. 5.5

Tabela 5.12: Resultados da Simulação 6

| | | | |
|--|----------------------------|--------------|--------------|
| Níveis de água nos filtros (cm) | $N_1 = 208$ | $N_2 = 299$ | $N_3 = 360$ |
| Taxas de filtração em operação normal ($\text{m}^3 / \text{m}^2 / \text{dia}$) | $T_1 = 436$ $T_4 = 185$ | $T_2 = 339$ | $T_3 = 254$ |
| Taxas de filtração durante a operação de retrolavagem ($\text{m}^3 / \text{m}^2 / \text{dia}$) | $TR_1 = 493$ | $TR_2 = 391$ | $TR_3 = 297$ |
| T_1 / T_{medd} | 1,45 | | |

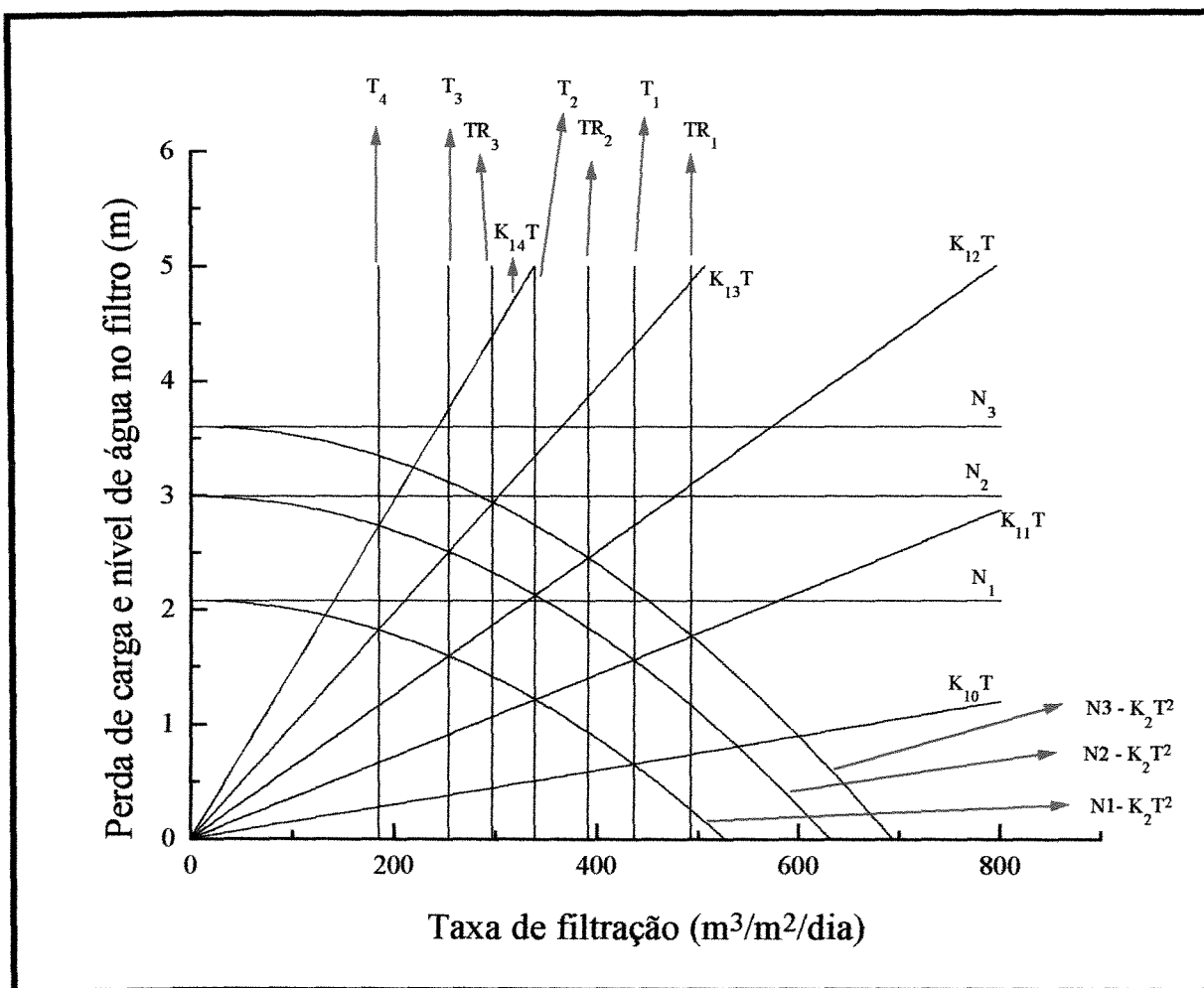


Figura 5.5 : Níveis de água nos filtros, taxas de filtração durante operação normal e taxas de filtração durante lavagem do filtro mais sujo, baseado nos dados das Tabelas 5.11 e 5.12.

Simulação 7

Esta simulação foi realizada para 6 filtros e coeficiente de perda de carga $K_2 = 7,5 \times 10^{-6} \text{ dia}^2 / \text{m}$.

Tabela 5.13: Parâmetros e valores utilizados na simulação 7:

| Parâmetro | Valor |
|---|---|
| Coeficiente de perda de carga laminar, K_{10} | $1,5 \times 10^{-3} \text{ dia}$ |
| Coeficiente de perda de carga turbulento, K_2 | $7,5 \times 10^{-6} \text{ dia}^2 / \text{m}$ |
| número de filtros, n | 6 |
| T_{medd} | $300 \text{ m}^3 / \text{m}^2 / \text{dia}$ |
| T_{max} | $600 \text{ m}^3 / \text{m}^2 / \text{dia}$ |
| Erro | $5 \text{ m}^3 / \text{m}^2 / \text{dia}$ |

Os valores dos níveis de água nos filtros durante a operação, das taxas de filtração em operação normal do sistema de filtração e das taxas de filtração durante a operação de retrolavagem do filtro mais sujo, são apresentados na Tabela 5.14 e no Anexo B na última linha da Tabela B7. Com estes resultados foi elaborado o gráfico da Fig. 5.6

Tabela 5.14: Resultados da Simulação 7

| | | | |
|--|--------------|--------------|--------------|
| Níveis de água nos filtros (cm) | $N_1 = 251$ | $N_2 = 334$ | $N_3 = 360$ |
| Taxas de filtração em operação normal ($\text{m}^3 / \text{m}^2 / \text{dia}$) | $T_1 = 487$ | $T_2 = 403$ | $T_3 = 325$ |
| | $T_4 = 257$ | $T_5 = 200$ | $T_6 = 153$ |
| Taxas de filtração durante a operação de retrolavagem ($\text{m}^3 / \text{m}^2 / \text{dia}$) | $TR_1 = 511$ | $TR_2 = 425$ | $TR_3 = 345$ |
| | $TR_4 = 274$ | $TR_5 = 214$ | |
| T_1 / T_{medd} | 1,623 | | |

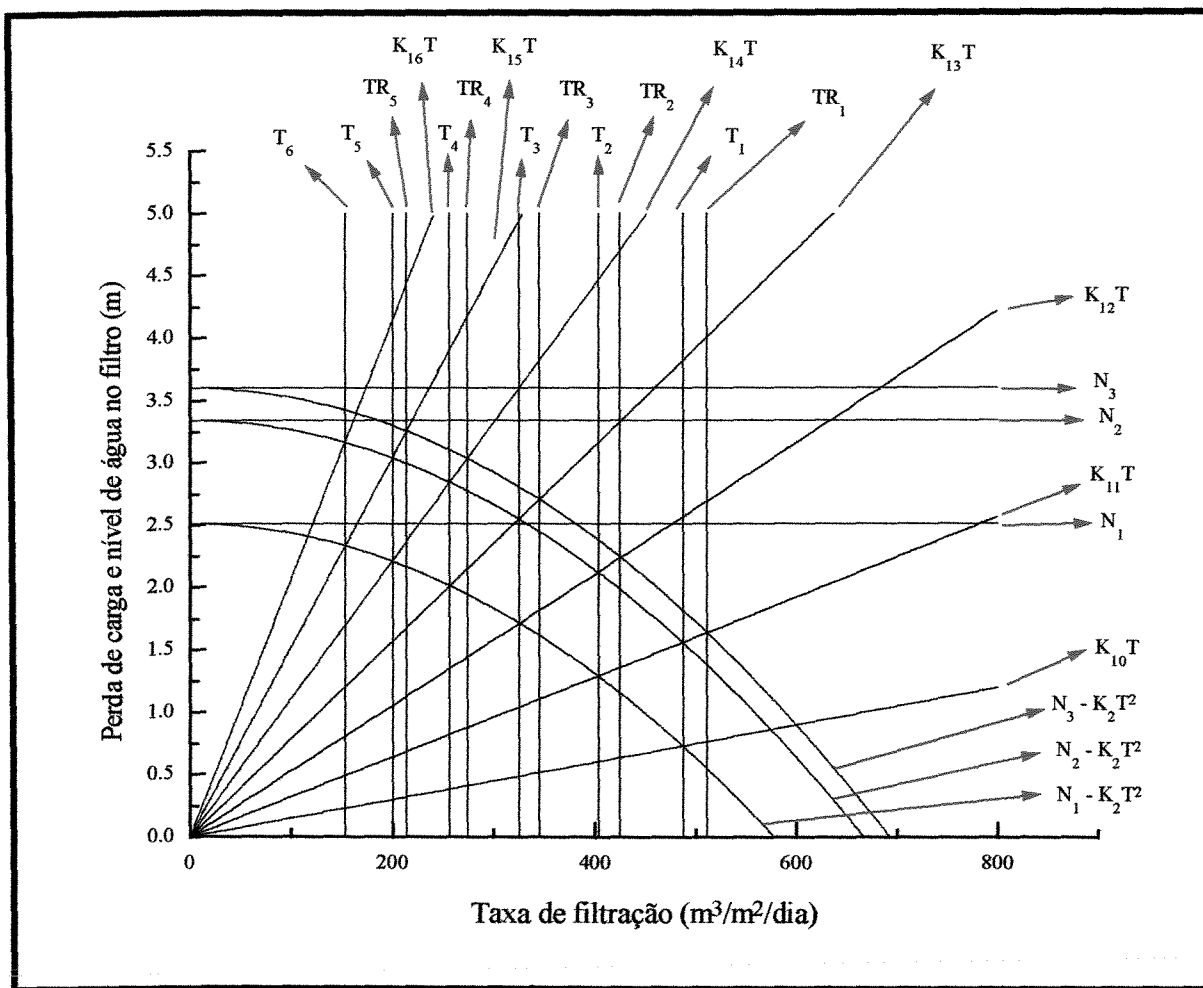


Figura 5.6 : Níveis de água nos filtros, taxas de filtração durante operação normal e taxas de filtração durante lavagem do filtro mais sujo, baseado nos dados das Tabelas 5.13 e 5.14.

Simulação 8

Esta simulação foi realizada para 8 filtros e coeficiente de perda de carga $K_2 = 7,5 \times 10^{-6} \text{ dia}^2 / \text{m}$.

Tabela 5.15: Parâmetros e valores utilizados na simulação 8:

| Parâmetro | Valor |
|---|---|
| Coeficiente de perda de carga laminar, K_{10} | $1,5 \times 10^{-3} \text{ dia}$ |
| Coeficiente de perda de carga turbulento, K_2 | $7,5 \times 10^{-6} \text{ dia}^2 / \text{m}$ |
| número de filtros, n | 8 |
| T_{medd} | $300 \text{ m}^3 / \text{m}^2 / \text{dia}$ |
| T_{max} | $600 \text{ m}^3 / \text{m}^2 / \text{dia}$ |
| Erro | $5 \text{ m}^3 / \text{m}^2 / \text{dia}$ |

Os valores dos níveis de água nos filtros durante a operação, das taxas de filtração em operação normal do sistema de filtração e das taxas de filtração durante a operação de retrolavagem do filtro mais sujo, são apresentados na Tabela 5.16 e no Anexo B na última linha da Tabela B8. Com estes resultados foi elaborado o gráfico da Fig. 5.7

Tabela 5.16: Resultados da Simulação 8

| Níveis de água nos filtros (cm) | $N_1 = 275$ | $N_2 = 346$ | $N_3 = 360$ |
|--|--------------|--------------|--------------|
| Taxas de filtração em operação normal ($\text{m}^3 / \text{m}^2 / \text{dia}$) | $T_1 = 513$ | $T_2 = 443$ | $T_3 = 376$ |
| | $T_4 = 314$ | $T_5 = 260$ | $T_6 = 212$ |
| | $T_7 = 171$ | $T_8 = 138$ | |
| Taxas de filtração durante a operação de retrolavagem ($\text{m}^3 / \text{m}^2 / \text{dia}$) | $TR_1 = 526$ | $TR_2 = 455$ | $TR_3 = 387$ |
| | $TR_4 = 325$ | $TR_5 = 269$ | $TR_6 = 220$ |
| | $TR_7 = 178$ | | |
| T_1 / T_{medd} | 1,71 | | |

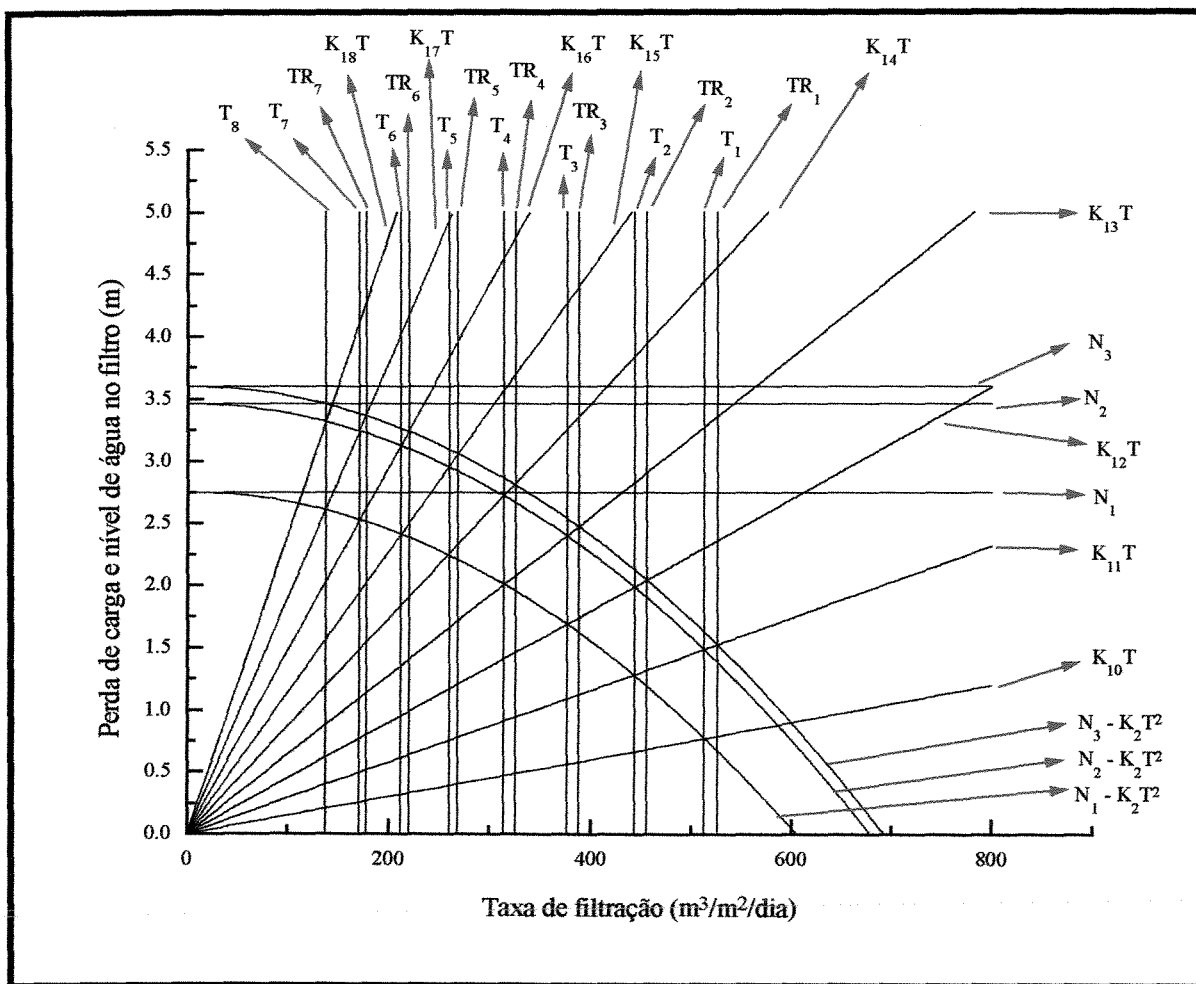


Figura 5.7 : Níveis de água nos filtros, taxas de filtração durante operação normal e taxas de filtração durante lavagem do filtro mais sujo, baseado nos dados das Tabelas 5.15 e 5.16.

Simulação 9

Esta simulação foi realizada para 10 filtros e coeficiente de perda de carga $K_2 = 7,5 \times 10^{-6} \text{ dia}^2 / \text{m}$.

Tabela 5.17: Parâmetros e valores utilizados na simulação 9:

| Parâmetro | Valor |
|---|---|
| Coeficiente de perda de carga laminar, K_{10} | $1,5 \times 10^{-3} \text{ dia}$ |
| Coeficiente de perda de carga turbulento, K_2 | $7,5 \times 10^{-6} \text{ dia}^2 / \text{m}$ |
| número de filtros, n | 10 |
| T_{medd} | $300 \text{ m}^3 / \text{m}^2 / \text{dia}$ |
| T_{max} | $600 \text{ m}^3 / \text{m}^2 / \text{dia}$ |
| Erro | $5 \text{ m}^3 / \text{m}^2 / \text{dia}$ |

Os valores dos níveis de água nos filtros durante a operação, das taxas de filtração em operação normal do sistema de filtração e das taxas de filtração durante a operação de retrolavagem do filtro mais sujo, são apresentados na Tabela 5.18 e no Anexo B na última linha da Tabela B9. Com estes resultados foi elaborado o gráfico da Fig. 5.8

Tabela 5.18: Resultados da Simulação 9

| Níveis de água nos filtros (cm) | $N_1 = 291$ | $N_2 = 352$ | $N_3 = 360$ |
|--|----------------|--------------|--------------|
| Taxas de filtração em operação normal ($\text{m}^3 / \text{m}^2 / \text{dia}$) | $T_1 = 530$ | $T_2 = 470$ | $T_3 = 413$ |
| | $T_4 = 358$ | $T_5 = 308$ | $T_6 = 262$ |
| | $T_7 = 222$ | $T_8 = 186$ | $T_9 = 156$ |
| | $T_{10} = 130$ | | |
| Taxas de filtração durante a operação de retrolavagem ($\text{m}^3 / \text{m}^2 / \text{dia}$) | $TR_1 = 538$ | $TR_2 = 478$ | $TR_3 = 420$ |
| | $TR_4 = 365$ | $TR_5 = 314$ | $TR_6 = 268$ |
| | $TR_7 = 226$ | $TR_8 = 190$ | $TR_9 = 159$ |
| T_1 / T_{medd} | 1,76 | | |

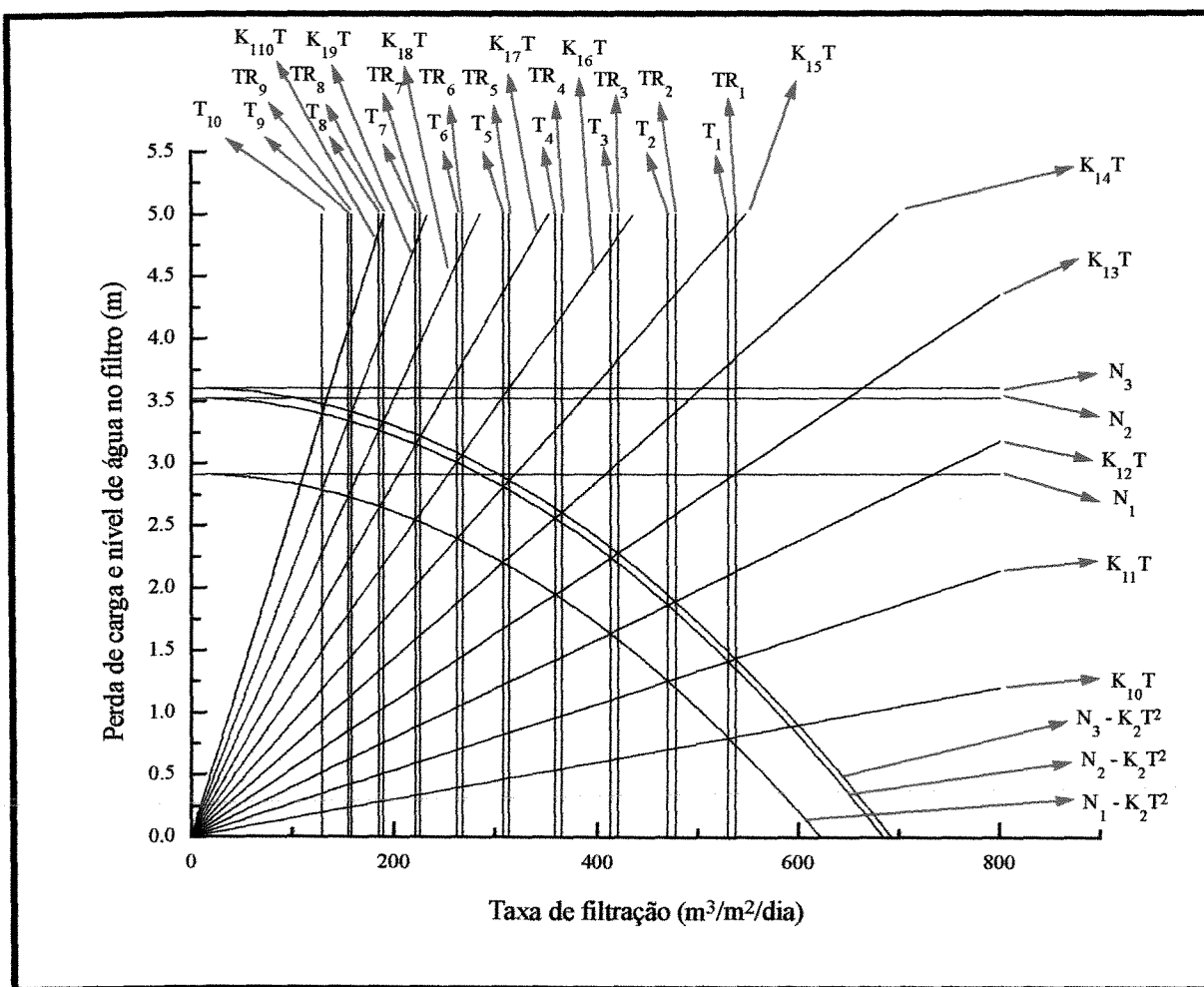


Figura 5.8 : Níveis de água nos filtros, taxas de filtração durante operação normal e taxas de filtração durante lavagem do filtro mais sujo, baseado nos dados da Tab. 5.17.

Simulação 10

Esta simulação foi realizada para 20 filtros e coeficiente de perda de carga $K_2 = 7,5 \times 10^{-6} \text{ dia}^2 / \text{m}$.

Tabela 5.19: Parâmetros e valores utilizados na simulação 10:

| Parâmetro | Valor |
|---|---|
| Coeficiente de perda de carga laminar, K_{10} | $1,5 \times 10^{-3} \text{ dia}$ |
| Coeficiente de perda de carga turbulento, K_2 | $7,5 \times 10^{-6} \text{ dia}^2 / \text{m}$ |
| número de filtros, n | 20 |
| T_{medd} | $300 \text{ m}^3 / \text{m}^2 / \text{dia}$ |
| T_{max} | $600 \text{ m}^3 / \text{m}^2 / \text{dia}$ |
| Erro | $5 \text{ m}^3 / \text{m}^2 / \text{dia}$ |

Os valores dos níveis de água nos filtros durante a operação, das taxas de filtração em operação normal do sistema de filtração e das taxas de filtração durante a operação de retrolavagem do filtro mais sujo, são apresentados na Tabela 5.20 e no Anexo B na última linha da Tabela B10.

Tabela 5.20: Resultados da Simulação 10

| Níveis de água nos filtros (cm) | $N_1 = 324$ | $N_2 = 359$ | $N_3 = 360$ |
|--|----------------|----------------|----------------|
| Taxas de filtração em operação normal ($\text{m}^3 / \text{m}^2 / \text{dia}$) | $T_1 = 564$ | $T_2 = 530$ | $T_3 = 497$ |
| | $T_4 = 464$ | $T_5 = 433$ | $T_6 = 402$ |
| | $T_7 = 372$ | $T_8 = 343$ | $T_9 = 316$ |
| | $T_{10} = 290$ | $T_{11} = 266$ | $T_{12} = 243$ |
| | $T_{13} = 221$ | $T_{14} = 202$ | $T_{15} = 183$ |
| | $T_{16} = 166$ | $T_{17} = 151$ | $T_{18} = 137$ |
| | $T_{19} = 124$ | $T_{20} = 112$ | |

| Tabela 5.20: Resultados da Simulação 10 - Continuação | | | |
|--|------------------------|------------------------|------------------------|
| Taxas de filtração durante a operação de retrolavagem ($\text{m}^3 / \text{m}^2 / \text{dia}$) | $\text{TR}_1 = 565$ | $\text{TR}_2 = 531$ | $\text{TR}_3 = 498$ |
| | $\text{TR}_4 = 465$ | $\text{TR}_5 = 433$ | $\text{TR}_6 = 402$ |
| | $\text{TR}_7 = 372$ | $\text{TR}_8 = 344$ | $\text{TR}_9 = 316$ |
| | $\text{TR}_{10} = 291$ | $\text{TR}_{11} = 266$ | $\text{TR}_{12} = 243$ |
| | $\text{TR}_{13} = 222$ | $\text{TR}_{14} = 202$ | $\text{TR}_{15} = 184$ |
| | $\text{TR}_{16} = 167$ | $\text{TR}_{17} = 151$ | $\text{TR}_{18} = 137$ |
| | $\text{TR}_{19} = 124$ | | |
| T_1 / T_{medd} | 1,88 | | |

Simulação 11:

Esta simulação foi realizada para 4 filtros e coeficiente de perda de carga $K_2 = 1 \times 10^{-5} \text{ dia}^2 / \text{m}$.

Tabela 5.21: Parâmetros e valores utilizados na simulação 11:

| Parâmetro | Valor |
|---|---|
| Coeficiente de perda de carga laminar, K_{10} | $1,5 \times 10^{-3} \text{ dia}$ |
| Coeficiente de perda de carga turbulento, K_2 | $1 \times 10^{-5} \text{ dia}^2 / \text{m}$ |
| número de filtros, n | 4 |
| T_{medd} | $300 \text{ m}^3 / \text{m}^2 / \text{dia}$ |
| T_{max} | $600 \text{ m}^3 / \text{m}^2 / \text{dia}$ |
| Erro | $5 \text{ m}^3 / \text{m}^2 / \text{dia}$ |

Os valores dos níveis de água nos filtros durante a operação, das taxas de filtração em operação normal do sistema de filtração e das taxas de filtração durante a operação de retrolavagem do filtro mais sujo, são apresentados na Tabela 5.22 e no Anexo B na última linha da Tabela B11. Com estes resultados foi elaborado o gráfico da Fig. 5.9.

Tabela 5.22: Resultados da Simulação 11

| | | | |
|--|----------------------------|--------------|--------------|
| Níveis de água nos filtros (cm) | $N_1 = 258$ | $N_2 = 375$ | $N_3 = 450$ |
| Taxas de filtração em operação normal ($\text{m}^3 / \text{m}^2 / \text{dia}$) | $T_1 = 438$ $T_4 = 183$ | $T_2 = 340$ | $T_3 = 254$ |
| Taxas de filtração durante a operação de retrolavagem ($\text{m}^3 / \text{m}^2 / \text{dia}$) | $TR_1 = 494$ | $TR_2 = 390$ | $TR_3 = 296$ |
| T_1 / T_{medd} | 1,46 | | |

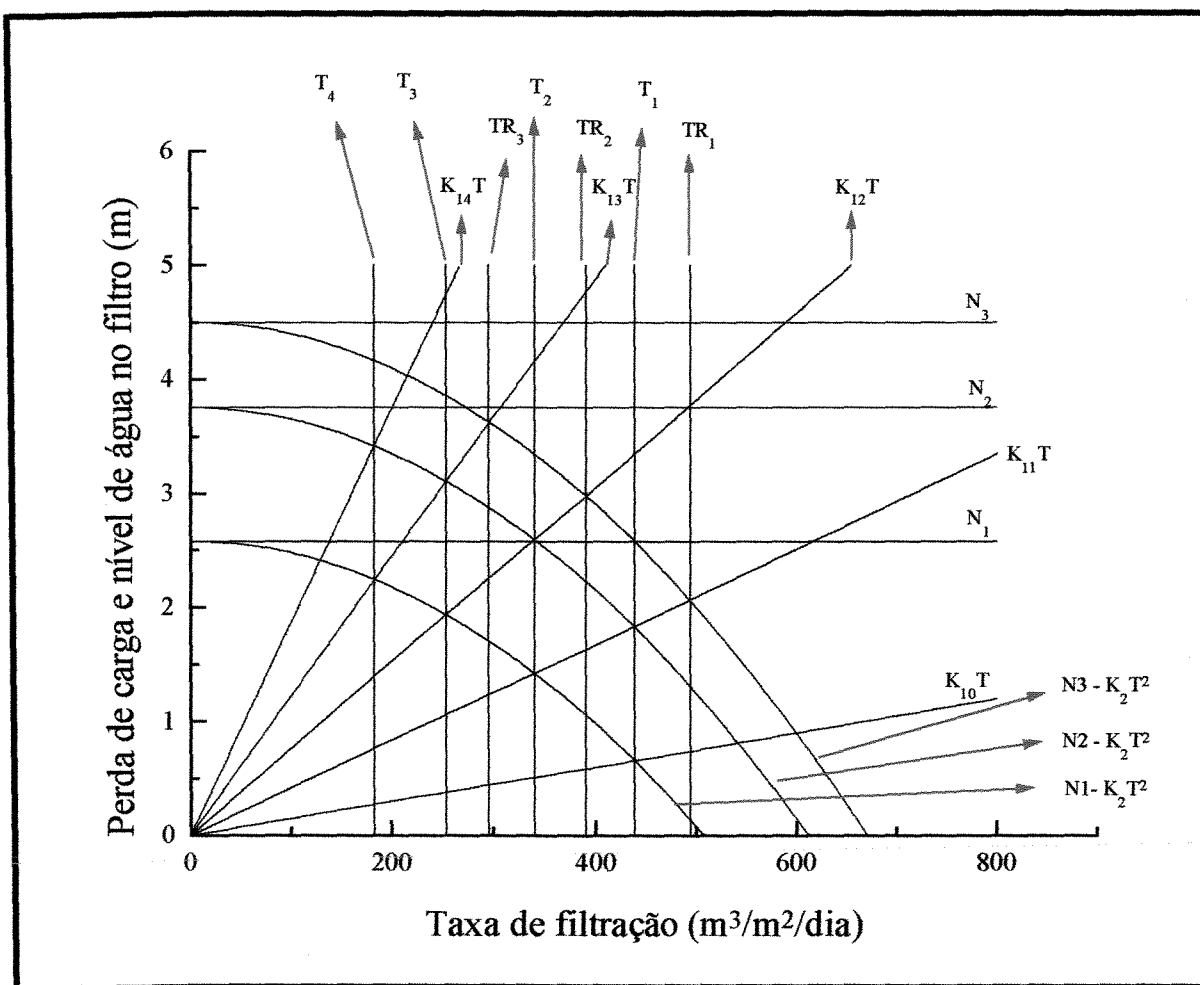


Figura 5.9 : Níveis de água nos filtros, taxas de filtração durante operação normal e taxas de filtração durante lavagem do filtro mais sujo, baseado nos dados das Tabelas 5.21 e 5.22.

Simulação 12

Esta simulação foi realizada para 6 filtros e coeficiente de perda de carga $K_2 = 1 \times 10^{-5} \text{ dia}^2 / \text{m}$.

Tabela 5.23: Parâmetros e valores utilizados na simulação 12:

| Parâmetro | Valor |
|---|---|
| Coeficiente de perda de carga laminar, K_{10} | $1,5 \times 10^{-3} \text{ dia}$ |
| Coeficiente de perda de carga turbulento, K_2 | $1 \times 10^{-5} \text{ dia}^2 / \text{m}$ |
| número de filtros, n | 6 |
| T_{medd} | $300 \text{ m}^3 / \text{m}^2 / \text{dia}$ |
| T_{max} | $600 \text{ m}^3 / \text{m}^2 / \text{dia}$ |
| Erro | $5 \text{ m}^3 / \text{m}^2 / \text{dia}$ |

Os valores dos níveis de água nos filtros durante a operação, das taxas de filtração em operação normal do sistema de filtração e das taxas de filtração durante a operação de retrolavagem do filtro mais sujo, são apresentados na Tabela 5.24 e no Anexo B na última linha da Tabela B12. Com estes resultados foi elaborado o gráfico da Fig. 5.10.

Tabela 5.24: Resultados da Simulação 12

| Níveis de água nos filtros (cm) | $N_1 = 312$ | $N_2 = 418$ | $N_3 = 450$ |
|--|--------------|--------------|--------------|
| Taxas de filtração em operação normal ($\text{m}^3 / \text{m}^2 / \text{dia}$) | $T_1 = 488$ | $T_2 = 404$ | $T_3 = 326$ |
| | $T_4 = 257$ | $T_5 = 199$ | $T_6 = 152$ |
| Taxas de filtração durante a operação de retrolavagem ($\text{m}^3 / \text{m}^2 / \text{dia}$) | $TR_1 = 511$ | $TR_2 = 426$ | $TR_3 = 346$ |
| | $TR_4 = 274$ | $TR_5 = 213$ | |
| T_1 / T_{medd} | 1,63 | | |

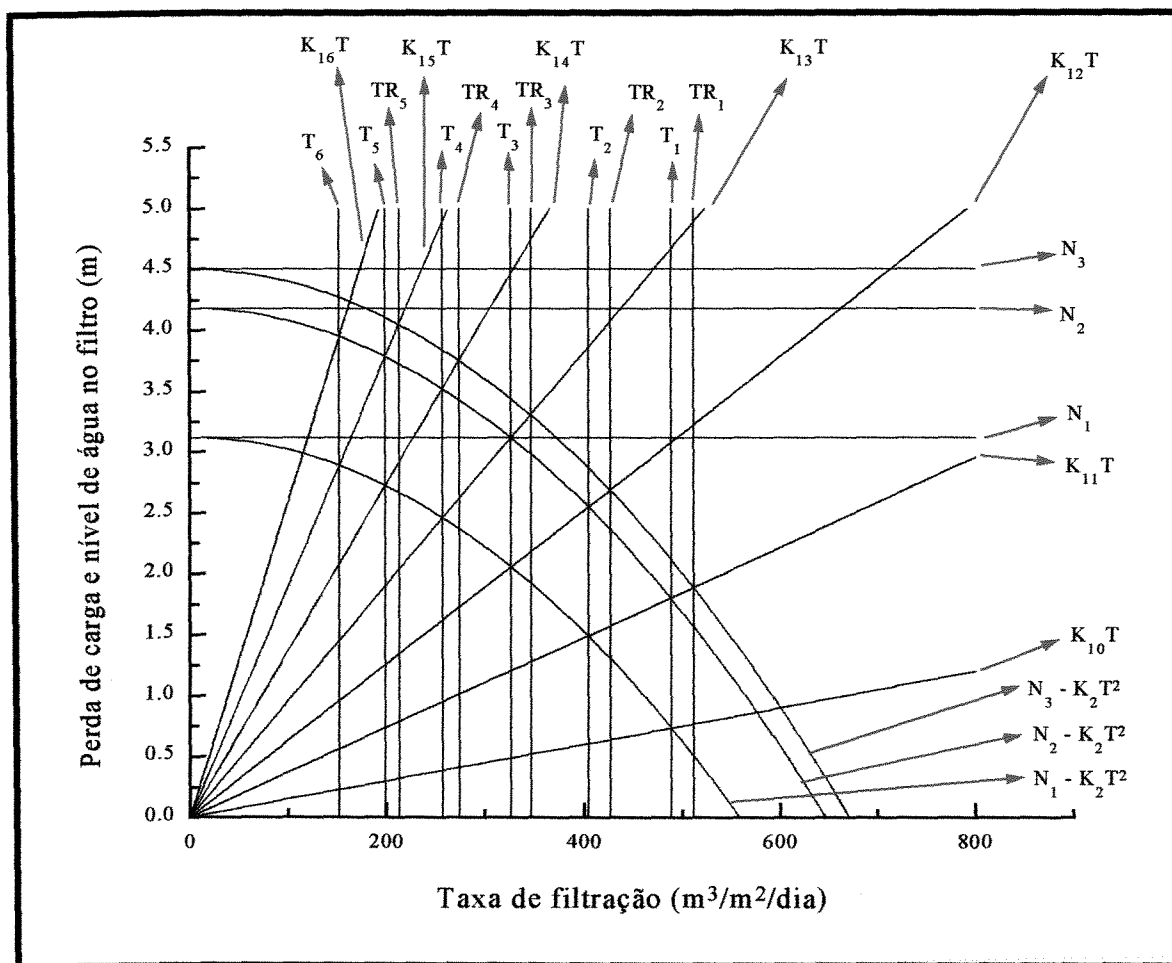


Figura 5.10 : Níveis de água nos filtros, taxas de filtração durante operação normal e taxas de filtração durante lavagem do filtro mais sujo, baseado nos dados das Tabelas 5.23 e 5.24.

Simulação 13

Esta simulação foi realizada para 8 filtros e coeficiente de perda de carga $K_2 = 1 \times 10^{-5} \text{ dia}^2 / \text{m}$.

Tabela 5.25: Parâmetros e valores utilizados na simulação 13:

| Parâmetro | Valor |
|---|---|
| Coeficiente de perda de carga laminar, K_{10} | $1,5 \times 10^{-3} \text{ dia}$ |
| Coeficiente de perda de carga turbulento, K_2 | $1 \times 10^{-5} \text{ dia}^2 / \text{m}$ |
| número de filtros, n | 8 |
| T_{medd} | $300 \text{ m}^3 / \text{m}^2 / \text{dia}$ |
| T_{max} | $600 \text{ m}^3 / \text{m}^2 / \text{dia}$ |
| Erro | $5 \text{ m}^3 / \text{m}^2 / \text{dia}$ |

Os valores dos níveis de água nos filtros durante a operação, das taxas de filtração em operação normal do sistema de filtração e das taxas de filtração durante a operação de retrolavagem do filtro mais sujo, são apresentados na Tabela 5.26 e no Anexo B na última linha da Tabela B13. Com estes resultados foi elaborado o gráfico da Fig. 5.11.

Tabela 5.26: Resultados da Simulação 13

| Níveis de água nos filtros (cm) | $N_1 = 344$ | $N_2 = 435$ | $N_3 = 450$ |
|--|--------------|--------------|--------------|
| Taxas de filtração em operação normal ($\text{m}^3 / \text{m}^2 / \text{dia}$) | $T_1 = 516$ | $T_2 = 445$ | $T_3 = 378$ |
| | $T_4 = 316$ | $T_5 = 260$ | $T_6 = 212$ |
| | $T_7 = 171$ | $T_8 = 137$ | |
| Taxas de filtração durante a operação de retrolavagem ($\text{m}^3 / \text{m}^2 / \text{dia}$) | $TR_1 = 527$ | $TR_2 = 456$ | $TR_3 = 388$ |
| | $TR_4 = 325$ | $TR_5 = 268$ | $TR_6 = 218$ |
| | $TR_7 = 176$ | | |
| T_1 / T_{medd} | 1,72 | | |

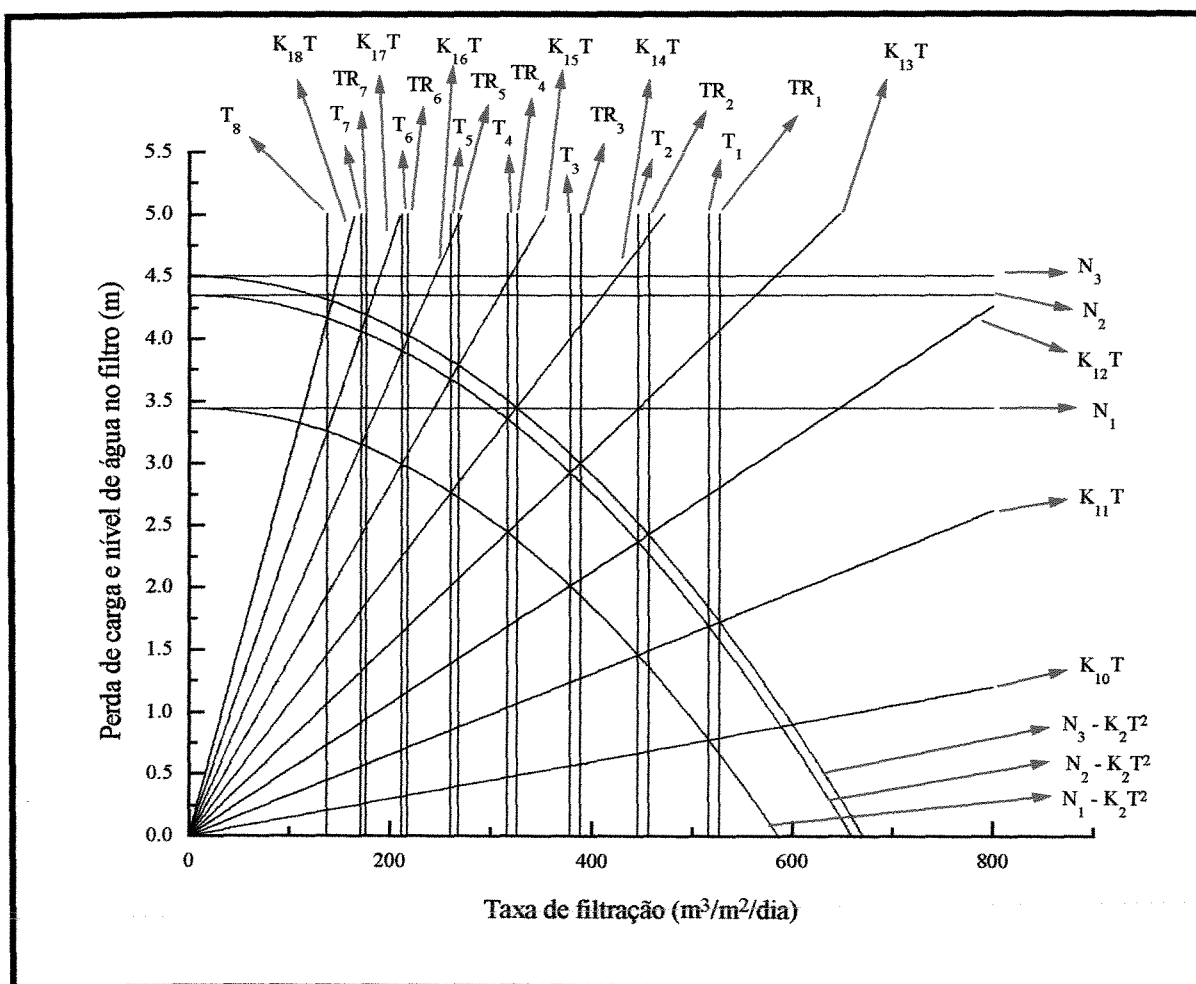


Figura 5.11 : Níveis de água nos filtros, taxas de filtração durante operação normal e taxas de filtração durante lavagem do filtro mais sujo, baseado nos dados das Tabelas. 5.25 e 5.26.

Simulação 14

Esta simulação foi realizada para 10 filtros e coeficiente de perda de carga $K_2 = 1 \times 10^{-5} \text{ dia}^2 / \text{m}$.

Tabela 5.27: Parâmetros e valores utilizados na simulação 14:

| Parâmetro | Valor |
|---|---|
| Coeficiente de perda de carga laminar, K_{10} | $1,5 \times 10^{-3} \text{ dia}$ |
| Coeficiente de perda de carga turbulento, K_2 | $1 \times 10^{-5} \text{ dia}^2 / \text{m}$ |
| número de filtros, n | 10 |
| T_{medd} | $300 \text{ m}^3 / \text{m}^2 / \text{dia}$ |
| T_{max} | $600 \text{ m}^3 / \text{m}^2 / \text{dia}$ |
| Erro | $5 \text{ m}^3 / \text{m}^2 / \text{dia}$ |

Os valores dos níveis de água nos filtros durante a operação, das taxas de filtração em operação normal do sistema de filtração e das taxas de filtração durante a operação de retrolavagem do filtro mais sujo, são apresentados na Tabela 5.28 e no Anexo B na última linha da Tabela B14. Com estes resultados foi elaborado o gráfico da Fig. 5.12.

Tabela 5.28: Resultados da Simulação 14

| | | | |
|--|----------------|--------------|--------------|
| Níveis de água nos filtros (cm) | $N_1 = 364$ | $N_2 = 442$ | $N_3 = 450$ |
| Taxas de filtração em operação normal ($\text{m}^3 / \text{m}^2 / \text{dia}$) | $T_1 = 532$ | $T_2 = 473$ | $T_3 = 415$ |
| | $T_4 = 360$ | $T_5 = 309$ | $T_6 = 263$ |
| | $T_7 = 222$ | $T_8 = 186$ | $T_9 = 155$ |
| | $T_{10} = 129$ | | |
| Taxas de filtração durante a operação de retrolavagem ($\text{m}^3 / \text{m}^2 / \text{dia}$) | $TR_1 = 538$ | $TR_2 = 478$ | $TR_3 = 420$ |
| | $TR_4 = 365$ | $TR_5 = 314$ | $TR_6 = 267$ |
| | $TR_7 = 226$ | $TR_8 = 189$ | $TR_9 = 158$ |
| T_1 / T_{medd} | 1,77 | | |

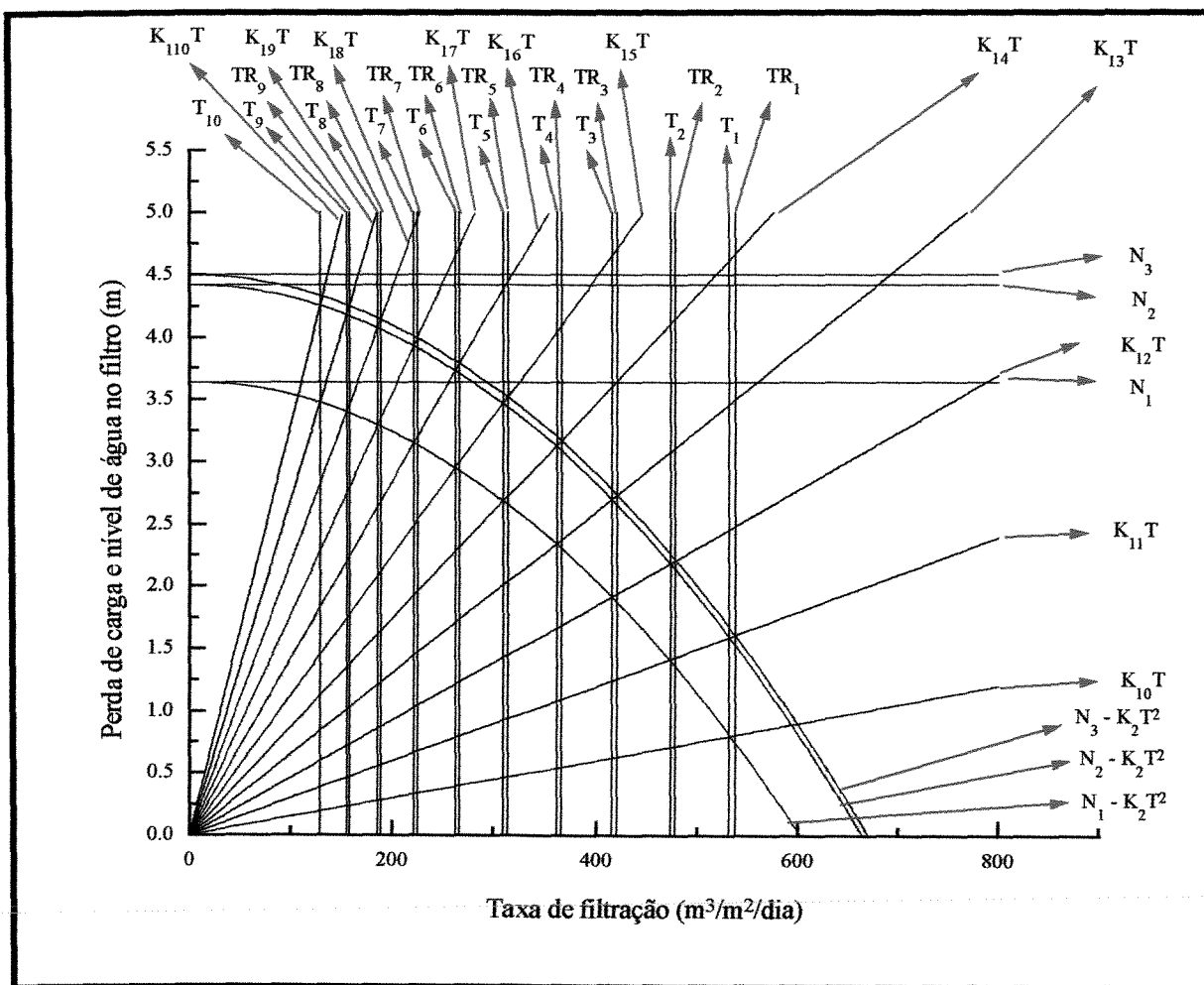


Figura 5.12: Níveis de água nos filtros, taxas de filtração durante operação normal e taxas de filtração durante lavagem do filtro mais sujo, baseado nos dados das Tabelas. 5.27 e 5.28.

Simulação 15

Esta simulação foi realizada para 20 filtros e coeficiente de perda de carga $K_2 = 1 \times 10^{-5} \text{ dia}^2 / \text{m}$.

Tabela 5.29: Parâmetros e valores utilizados na simulação 15:

| Parâmetro | Valor |
|---|---|
| Coeficiente de perda de carga laminar, K_{10} | $1,5 \times 10^{-3} \text{ dia}$ |
| Coeficiente de perda de carga turbulento, K_2 | $1 \times 10^{-5} \text{ dia}^2 / \text{m}$ |
| número de filtros, n | 20 |
| T_{medd} | $300 \text{ m}^3 / \text{m}^2 / \text{dia}$ |
| T_{max} | $600 \text{ m}^3 / \text{m}^2 / \text{dia}$ |
| Erro | $5 \text{ m}^3 / \text{m}^2 / \text{dia}$ |

Os valores dos níveis de água nos filtros durante a operação, das taxas de filtração em operação normal do sistema de filtração e das taxas de filtração durante a operação de retrolavagem do filtro mais sujo, são apresentados na Tabela 5.30 e no Anexo B na última linha da Tabela B15.

Tabela 5.30: Resultados da Simulação 15

| Níveis de água nos filtros (cm) | $N_1 = 405$ | $N_2 = 449$ | $N_3 = 450$ |
|--|----------------|----------------|----------------|
| Taxas de filtração em operação normal ($\text{m}^3 / \text{m}^2 / \text{dia}$) | $T_1 = 565$ | $T_2 = 532$ | $T_3 = 499$ |
| | $T_4 = 467$ | $T_5 = 436$ | $T_6 = 405$ |
| | $T_7 = 375$ | $T_8 = 347$ | $T_9 = 319$ |
| | $T_{10} = 294$ | $T_{11} = 269$ | $T_{12} = 246$ |
| | $T_{13} = 225$ | $T_{14} = 205$ | $T_{15} = 186$ |
| | $T_{16} = 169$ | $T_{17} = 153$ | $T_{18} = 139$ |
| | $T_{19} = 126$ | $T_{20} = 114$ | |

| Tabela 5.30: Resultados da Simulação 15 - Continuação | | | |
|--|------------------------|------------------------|------------------------|
| Taxas de filtração durante a operação de retrolavagem ($\text{m}^3 / \text{m}^2 / \text{dia}$) | $\text{TR}_1 = 566$ | $\text{TR}_2 = 533$ | $\text{TR}_3 = 500$ |
| | $\text{TR}_4 = 468$ | $\text{TR}_5 = 436$ | $\text{TR}_6 = 406$ |
| | $\text{TR}_7 = 376$ | $\text{TR}_8 = 347$ | $\text{TR}_9 = 320$ |
| | $\text{TR}_{10} = 294$ | $\text{TR}_{11} = 270$ | $\text{TR}_{12} = 247$ |
| | $\text{TR}_{13} = 225$ | $\text{TR}_{14} = 205$ | $\text{TR}_{15} = 186$ |
| | $\text{TR}_{16} = 169$ | $\text{TR}_{17} = 154$ | $\text{TR}_{18} = 139$ |
| | $\text{TR}_{19} = 126$ | | |
| T_1 / T_{medd} | 1,883 | | |

5.3 DISCUSSÃO

5.3.1 Considerações Complementares ao Método Matemático Proposto

Após a execução de todas as simulações, e durante a confecção do trabalho final para a apresentação, o autor visualizou uma condição não prevista que poderia simplificar os cálculos efetuados. Conforme pode-se observar nas tabelas do Anexo B das diversas soluções para cada simulação efetuada, em cada nível operacional N_1 , foram obtidas, na maioria dos casos, alguns valores de N_2 representativos de soluções viáveis. Na realidade, somente um único valor de N_2 corresponde a cada N_1 adotado, conforme demonstrado a seguir:

Da Eq. 4.3, tem-se:

$$T_{\text{med}} = \frac{\sum_{i=1}^n T_i}{n} \quad (4.3)$$

Das Eqs. 4.24 e 4.52, é possível calcular cada um dos valores de T_i e, considerando-se os parâmetros conhecidos, tem-se: $T_1 = f(N_1)$; $T_2 = f(N_1, N_2 \text{ e } T_1) = f(N_1, N_2)$; $T_n = f(N_1, N_2 \text{ e } T_{n-1}) = f(N_1, N_2)$.

Desta forma, substituindo-se tais funções na Eq. 4.3, tem-se:

$$T_{med} = f(N_1, N_2) \quad (5.1)$$

como T_{med} é conhecido, tem-se:

$$N_2 = f(N_1) \quad (5.2)$$

Portanto, conhecido ou adotado o valor de N_1 , o valor de N_2 estará automaticamente determinado, e que será único.

5.3.2 Equações de Perda de Carga Turbulenta

A perda de carga total de um filtro é constituída de uma perda de carga laminar (termo linear) e uma perda de carga turbulenta (termo não linear). No método gráfico e no modelo matemático desenvolvidos a perda de carga total de um filtro limpo foi representada pela Eq. 5.3 (ARBOLEDA et alii, 1985):

$$H_T = K_{10} T + K_2 T^2 \quad (5.3)$$

onde o primeiro termo é o termo laminar devido à perda de carga no meio filtrante e camada suporte limpos e o segundo termo é o termo turbulento devido à presença dos vertedores, sistemas de drenagem, tubulações, válvulas e demais acessórios. Outros autores, como TEIXEIRA (1991) e MACHADO (1995), consideram a perda de carga total de um filtro constituída pela soma de três termos conforme Eq. 5.4:

$$H_T = K_1 T + K_2 T^2 + K_3 T^\alpha \quad (5.4)$$

onde α é um coeficiente com valor diferente de 1 e 2. Este terceiro termo $K_3 T^\alpha$ se deve às equações ajustadas para as perdas de carga turbulenta nos diversos dispositivos de saída dos filtros.

O modelo matemático proposto no presente trabalho foi testado apenas considerando a equação quadrática como função representativa da perda de carga turbulenta, para efeito de simplificação, podendo-se aplicá-lo para qualquer outro tipo de função assumida para a perda de carga turbulenta e incluindo-se uma subrotina adicional para os cálculos dos valores de T_i e TR_i correspondentes.

5.3.2 Relação entre a taxa máxima operacional de filtração T_1 e a taxa média definida T_{medd}

Nos modelos de DI BERNARDO (1986), TEIXEIRA (1991), MACHADO (1996) e o método gráfico de MENDES (1999) são adotados valores de razões entre a taxa máxima operacional de filtração T_1 e taxa média definida T_{medd} em um intervalo $1,3 \leq T_1 / T_{medd} \leq 1,5$, conforme Norma NBR 12216 de 1992. Pelo método gráfico e modelo matemático propostos, como pode ser visto nas simulações do item 5.2, estas razões não se encaixam necessariamente nesta faixa de valores pois, diferentemente dos autores citados, partiu-se de condições de contorno $T_{m\acute{a}x}$ e N_3 e da condição de $d_{m\acute{a}x}$ citadas no item 4.3. Pelos valores encontrados, nenhum problema operacional será resultante da adoção de razões assumindo valores de até 1,88, principalmente quando o número de filtros numa bateria for elevado. Evidentemente que os valores encontrados referem-se à taxa média de filtração desejada igual a $300 \text{ m}^3/\text{m}^2/\text{dia}$, valor próximo dos efetivamente encontrados em grande parte das instalações reais. A adoção de valores superiores levaria a uma relação menor.

5.3.4 Duração dos Ciclos

A maximização da duração da carreira de filtração é um fator muito importante para redução de perdas de água no sistema de tratamento, minimizando custos e instalações necessárias ao tratamento das descargas. Como pode ser visto nos resultados das tabelas (Anexo B) de cada uma das simulações, existem várias soluções possíveis para operação de uma bateria de n filtros em determinadas condições pré-estabelecidas, de perda de carga turbulenta e laminar, para uma taxa média de filtração desejada igual a $300 \text{ m}^3/\text{m}^2/\text{dia}$. Conforme discutido no item 5.3.1, para cada nível N_1 , ter-se-á apenas um nível N_2 correspondente à situação de equilíbrio dinâmico. Raciocinando de forma inversa, para cada N_2 fixado como o nível de água para lavagem do filtro mais sujo, o retorno do filtro já limpo fará com que o sistema busque o nível N_1 correspondente. Verifica-se, por exemplo, nos resultados da simulação 8, um intervalo possível de variação para N_2 entre 320 e 346 cm acima do vertedor de saída de água filtrada com valores correspondentes de N_1 , num intervalo entre 256 e 275 cm, respectivamente. Como se poderia esperar, a solução que permitirá a maior duração da carreira de filtração corresponde aos valores de N_2 e N_1 mais elevados (solução hachurada), respectivamente, 346 e 275 cm, cuja diferença resulta em 71 cm. Desta forma, em cada posição (taxa) que o filtro assume durante um ciclo completo de funcionamento, terá 71 cm de carga hidráulica disponível para retenção de impurezas. Como, no exemplo, são 8 filtros, ou 8 posições, a carga hidráulica total dissipada corresponderá a 568 cm numa instalação idêntica operada com taxa de filtração constante na mesma taxa média adotada. Na pior solução encontrada para essa simulação, N_2 e N_1 seriam respectivamente 320 e 256 cm, cuja diferença resulta em 64 e 512 cm como carga hidráulica total dissipada. A diferença de 66 cm ($578 - 512$) certamente influenciará na duração da carreira de filtração e, apesar de não terem sido efetuadas simulações em instalação piloto, poderia-se estimar um ganho de aproximadamente 13 % na duração da carreira de filtração.

Outro fator importante que deve ser destacado, refere-se à influência da perda de carga turbulenta sobre a duração da carreira de filtração. Na simulação 13, também

com 8 filtros na bateria, porém com um aumento de 33 % no valor de K_2 em relação à simulação 8, a solução otimizada resultou para N_2 e N_1 , respectivamente 435 e 344 cm, com diferença de 91 cm, e carga hidráulica total dissipada correspondente ao funcionamento de 728 cm.

Nessas circunstâncias verifica-se um ganho médio aproximado de 28 % no período de duração da carreira de filtração em relação ao melhor resultado da simulação 8, porém, com o inconveniente de necessidade de aumento da altura da caixa do filtro em cerca de 90 cm (460 – 350; valores correspondentes a ambos níveis de água N_3).

5.3.5 Comportamento das Taxas e Níveis Operacionais e Filtração em Função do Número de Filtros na Bateria

Conforme já verificado por DI BERNARDO (1986), constatou-se que com o aumento do número de filtros, a faixa de trabalho (intervalo da taxa de filtração entre colocação do filtro em operação após retrolavagem e o instante no qual é retirado para ser retrolavado) dos mesmos amplia-se em torno da taxa de filtração média, ou seja, a taxa máxima sofre uma elevação e a taxa mínima uma redução. Os níveis de água operacionais N_1 e N_2 irão se aproximar, e, ambos, do nível N_3 , podendo gerar alguma dificuldade operacional na distinção do momento ideal para lavagem de um filtro. Isto se deve às possíveis pequenas variações entre os três níveis operacionais do sistema quando o número de filtros da bateria for muito grande. Tal fato é agravado para as situações em que a perda de carga turbulenta é baixa, conforme comprovam os resultados das simulações 5, 10 e 15

Tabela 5.31:

Tabela 5.31: Comparação dos níveis nas simulações 5, 10 e 15.

| Simulação | K_2 (dia ² / m) | $N_2 - N_1$ (cm) | $N_3 - N_2$ (cm) |
|-----------|------------------------------|------------------|------------------|
| 5 | 5×10^{-6} | 25 | 1 |
| 10 | $7,5 \times 10^{-6}$ | 35 | 1 |
| 15 | 1×10^{-5} | 44 | 1 |

5.3.6 Taxas de Filtração em Função do Coeficiente da Perda de Carga Turbulenta (K_2)

Resultados muito interessantes podem ser observados pela comparação das taxas de filtração resultante de simulações com diferentes valores de coeficiente de perda de carga turbulenta (simulações 1,6,11 ; 2,7,12 ; 3,8,13 ; 4,9,14 e 5,10,15). Os valores assumidos para as taxas foram praticamente os mesmos na escala de funcionamento rotativo da bateria. Como exemplo, citam-se na Tabela 5.32 as taxas das simulações 4, 9 e 14, respectivamente:

Tabela 5.32: Taxas de filtração das simulações 4, 9 e 14, com 10 filtros. (Taxas em $\text{m}^3/\text{m}^2/\text{dia}$) e K_2 (d^2/m)).

| Simulação | K_2 (10^{-6}) | T_1 | T_2 | T_3 | T_4 | T_5 | T_6 | T_7 | T_8 | T_9 | T_{10} |
|-----------|------------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|----------|
| 4 | 5 | 528 | 468 | 411 | 357 | 307 | 263 | 223 | 189 | 159 | 133 |
| 9 | 7,5 | 530 | 470 | 413 | 358 | 308 | 262 | 222 | 186 | 156 | 130 |
| 14 | 10 | 532 | 473 | 415 | 360 | 309 | 263 | 222 | 186 | 155 | 129 |

Mesmo considerando que a solução admitiu um erro em torno das taxas de filtração média, em módulo igual a $5 \text{ m}^3/\text{m}^2/\text{dia}$ para interrupção dos cálculos, o que pode ter influído numa pequena diferença entre os valores tomados como solução, há muita coincidência nos resultados obtidos. A explicação para tal fato é de difícil interpretação porém, acredita-se que, de uma certa forma, a evolução da perda de carga laminar compensa o aumento da perda de carga turbulenta na proporção necessária gerada pelo aumento paralelo da carga hidráulica disponível, que é diretamente proporcional à perda de carga turbulenta, conforme já dito anteriormente.

É interessante observar que, por exemplo, da simulação 9 para a 14, houve um aumento de 33,33 % no valor de K_2 . Com os valores das taxas sendo os mesmos, parecia ser óbvio, que a parcela turbulenta da perda de carga total de um filtro ocupando determinada posição de funcionamento na bateria também será 33,33 % maior na simulação 14, comparada com a simulação 9. Reparando que a carga hidráulica disponível dissipada para armazenamento de impurezas ($N_2 - N_1$) sofreu uma alteração de 61 cm na simulação 9 e de 78 cm na simulação 14, o que corresponde a um acréscimo de somente de 28 %.

Observa-se que a perda de carga laminar também sofrerá o mesmo acréscimo na bateria cuja perda de carga turbulenta é maior (exatamente por isso é que a duração da carreira de filtração é maior), porém ambos acréscimos são compensados pela sobrelevação do nível N_2 , de 352 cm para a simulação 9 e 442 cm para a simulação 14, correspondente a um acréscimo de 26 %.

6 CONCLUSÕES

Após o estudo e desenvolvimento do método gráfico proposto, a modelação matemática resultante e a simulação de diversas situações de funcionamento de um sistema de bateria de filtro, operando com taxa declinante, pode-se concluir que:

1. O método gráfico constitui-se em ferramenta simples, didática e relativamente precisa para cálculos expeditos de sistemas de filtração com taxa declinante, quando comparados com os modelos apresentados no item 3 deste trabalho, Revisão Bibliográfica, e além disso, demonstrando maior praticidade no uso em comparação ao método gráfico proposto por MENDES (1999);
2. A modelação matemática proposta permite a obtenção de uma solução de máxima duração da carreira de filtração, desde que sejam observadas as condições limitantes descritas no item 4.4 do capítulo de Metodologia, além da condição apresentada na Norma NBR 12216 de 1992, que recomenda que $1,3 \leq T_1/T_{medd} \leq 1,5$, desejável para que as carreiras resultem com duração razoável ;
3. A proposição de início do equacionamento matemático pela imposição da taxa máxima de filtração, permite o cálculo direto do nível máximo operacional N_3 (ou vice-versa) de acordo com a Eq. 4.10 ;

4. Pelo equacionamento desenvolvido conclui-se que existe, e é possível determinar a função de correlação entre as variáveis N_1 e N_2 . Portanto, fixado um destes valores (normalmente N_2 , nas situações operacionais) o outro deixa de ser variável, assumindo um valor constante e imutável caso a vazão e a qualidade da água afluindo à bateria sejam constantes;

5. Havendo disponibilidade de altura das caixas dos filtros para elevação dos níveis de água operacionais, o aumento da perda de carga turbulenta torna-se medida recomendável, pois acarreta uma maior duração da carreira de filtração sem riscos de prejuízo na qualidade da água produzida;

6. A utilização de um número maior de filtros numa bateria, proporcionará ganho na duração da carreira de filtração sem, no entanto, exigir aumento da altura das caixas dos filtros ou mesmo interferir na qualidade da água produzida. O aumento do número destes, aproximará os níveis operacionais N_1 e N_2 de N_3 , podendo dificultar (para $n > 20$) a visualização do instante em que o filtro mais sujo deverá ser retirado para lavagem.

7 RECOMENDAÇÕES

1. Utilizando-se o método gráfico, o modelo matemático desenvolvido neste trabalho e seu respectivo programa computacional, sugere-se simular, com dados reais de um sistema de filtração com taxa declinante de uma ETA, o comportamento dos filtros de forma a se comparar os resultados obtidos com os resultados reais.

2. Sugere-se desenvolver um sistema de equações, representando um sistema mais próximo ao real, considerando-se uma perda de carga total constituída de um termo linear, um termo quadrático e um terceiro termo que levasse em consideração um índice α da taxa de filtração, com valor diferente de 1 ou 2, como apresentado pela Eq. 5.4. Desta forma os resultados poderão representar de forma mais satisfatória a realidade do sistema.

3. Sugere-se que seja feito um estudo que leve em consideração a perda de carga laminar devido à retenção de sólidos pelo meio filtrante, de forma a se obter o intervalo de tempo de operação de uma carreira de filtração, baseando-se no método gráfico proposto.

4. O desenvolvimento de um programa de computador, baseado nas sugestões 2 e 3, que gere, simultaneamente, os resultados das condições de operação de um sistema de filtração com taxa declinante e o seu comportamento.

5. A realização de um ensaio em filtração piloto, quando a relação T_{\max}/T_{medd} for maior do que 1,5.

ANEXO A – Programa de computador

É apresentado a seguir o programa em linguagem PASCAL, desenvolvido a partir da modelagem matemática utilizada nas simulações dos sistemas de filtração com taxa declinante.

Program Filtracao_Rapida_Taxa_Declinante;

```

var
Tmax    : real;           {Taxa maxima do filtro mais limpo para que}
                           {nao ocorra transpasse de solidos suspensos}
                           {pelo meio filtrante, em (m3/m2/dia).}

N3      : integer;        {Nivel maximo de operacao dos filtros para}
                           {que os mesmos nao transbordem, em (cm).}

N3aux   : real;           {Nivel maximo de operacao dos filtros para}
                           {que os mesmos nao transbordem, em (cm).}

K10     : real;           {Coeficiente de perda de carga laminar do}
                           {filtro limpo, considerando-se o meio}
                           {filtrante (areia e antracito) e a camada}
                           {suporte, em (dia).}

K2      : real;           {Coeficiente de perda de carga turbulento}
                           {do filtro, considerando-se sistema de dre-}
                           {ragem, tubulacao, vertedores, etc em}
                           {(dia*dia/m).}

n       : integer;        {Numero de filtros da bateria.}

w       : integer;        {Variavel auxiliar.}

i       : integer;        {Variavel auxiliar. Indice contador.}

j       : integer;        {Variavel auxiliar. Indice contador.}

N1minaux : real;          {Valor do nivel minimo do espelho d' agua}
                           {no filtro calculado a partir da taxa media}
                           {de filtracao desejada, em (m).}

N1min   : integer;        {Valor do nivel minimo do espelho d' agua}
                           {no filtro calculado a partir da taxa media}
                           {de filtracao desejada, em (cm).}

Dmax    : real;           {Distancia entre o ponto 1 (inicio da opera-}
                           {cao do filtro mais limpo) e o ponto no qual}

```

| | |
|-------------------------------|---|
| | {o filtro mais sujo e retirado de operacao.} |
| | {Quanto maior este valor, tanto mais longa a} |
| | {carreira de filtracao, em (m).} |
| N1aux : integer; | {Variavel nivel do espelho d' agua variando} |
| | {de N1min a (N3-2), em (cm).} |
| N2aux : integer; | {Variavel nivel do espelho d' agua variando} |
| | {de (N1aux + 1) a (N3 - 1), em (cm).} |
| Tsumaux : real; | {Variavel auxiliar da soma das taxas de fil-} |
| | {tracao dos filtros quando nenhum filtro foi} |
| | {retirado para retrolavagem, em (m3/m2/dia).} |
| TRsumaux : real; | {Variavel auxiliar da soma das taxas de fil-} |
| | {tracao dos filtros quando o filtro mais su-} |
| | {jo foi retirado para ser retrolavado, em} |
| | {(m3/m2/dia).} |
| Taux : array[1..50] of real; | {Variavel auxiliar da taxa de filtracao do} |
| | {i-esimo filtro quando nenhum filtro foi} |
| | {retirado para ser retrolavado, em} |
| | {(m3/m2/dia).} |
| TRaux : array[1..50] of real; | {Variavel auxiliar da taxa de filtracao do} |
| | {i-esimo filtro quando o filtro mais sujo} |
| | {foi retirado para ser retrolavado, em} |
| | {(m3/m2/dia).} |
| TRmedaux : real; | {Variavel auxiliar da taxa de filtracao} |
| | {media dos filtros durante a retrolavagem} |
| | {do filtro mais sujo, em (m3/m2/dia). } |
| Tmedaux : real; | {Variavel auxiliar da taxa de filtracao} |
| | {media dos filtros quando nenhum dos filtros} |
| | {foi retirado para retrolavagem, em} |
| | {(m3/m2/dia).} |
| Tmedd : real; | {Taxa media de filtracao desejada, em} |
| | {(m3/m2/dia).} |

| | | |
|---------|-------------------------|---|
| N2 | : integer; | {Nivel do espelho d'agua dos filtros imedia-} {tamente antes do filtro mais sujo ser } {removido para ser retrolavado, em (cm).} |
| N1 | : integer; | {Nivel do espelho d'agua dos filtros apos} {colocacao do filtro retrolavado em operacao} {e atingido o equilibrio entre todos os} {filtros da bateria, em (cm).} |
| Dmaxaux | : real; | {Distancia entre o ponto 1 (inicio da opera-} {cao do filtro mais limpo) e o ponto no qual} {o filtro mais sujo e retirado de operacao.} {Quanto maior este valor, tanto mais longa a} {carreira de filtracao, em (m). } {Variavel auxiliar. } |
| T | : array[1..50] of real; | {Taxa de filtracao do i-esimo filtro quando} {nenhum filtro foi retirado para ser retro-} {lavado, em (m3/m2/dia). } |
| TR | : array[1..50] of real; | {Taxa de filtracao do i-esimo filtro quando} {o filtro mais sujo foi retirado para ser} {retrolavado, em (m3/m2/dia).} |
| Tmed | : real; | {Taxa media real da filtracao,em (m3/m2/dia) } |
| TRmed | : real; | {Taxa media real da filtracao quando o} {filtro mais sujo foi retirado para ser re - } {trolavado, em (m3/m2/dia). } |
| texto1 | : text; | {Arquivo texto gerado.} |
| texto2 | : text; | {Arquivo texto gerado.} |
| texto3 | : text; | {Arquivo texto gerado.} |
| texto4 | : text; | {Arquivo texto gerado.} |
| texto5 | : text; | {Arquivo texto gerado.} |

```
{-----Funcao calcula nivel -----}
```

```
Function Nivel (var K10, K2, Tmax :real) :real;
```

```
{Funcao que calcula nivel maximo, N3, a partir de dados de K10, K2 e Tmax.}
```

```
begin
```

```
    Nivel := K10 * Tmax + K2 * (SQR(Tmax));
```

```
end;
```

```
{-----Funcao calcula taxa -----}
```

```
Function Taxa (K10,K2, N3aux :real) :real;
```

```
{Funcao que calcula a taxa de operacao maxima, Tmax, do filtro colocado em}
```

```
{operacao imediatamente apos retrolavagem, quando ainda nao esta em equili-}
```

```
{brio com os demais filtros da bateria.}
```

```
begin
```

```
    Taxa:= (SQRT ( SQR(K10/K2) + 4 * (N3aux/(100*K2))) - (K10/K2)) / 2;
```

```
end;
```

```
{-----Programa principal -----}
```

```
begin
```

```
    assign(Texto1,'DifT.TXT');
```

```
    rewrite(Texto1);
```

```
    assign(Texto2,'DifTR.TXT');
```

```
    rewrite(Texto2);
```

```
    assign(Texto3,'d.TXT');
```

```
    rewrite(Texto3);
```

```
    assign(Texto4,N1.TXT');
```

```
    rewrite(Texto4);
```

```
    assign(Texto5,N2.TXT');
```

```
    rewrite(Texto5);
```

```

{Leitura da quantidade de filtros da bateria.}
write(' Entre com a quantidade, n, de filtros da bateria: '); readln(n);
{Leitura da taxa media de filtracao desejada, Tmedd.}
writeln(' Entre com o valor da taxa media de operacao dos filtros em m3/m2/dia:');
write(' '); readln(Tmedd);
{Leitura do coeficiente de perda de carga laminar, K10.}
writeln(' Entre com o valor do coeficiente de perda de carga laminar do filtro');
write(' limpo, K10, em (dia): '); readln(K10);
{Leitura do coeficiente de perda de carga turbulenta, K2.}
writeln(' Entre com o valor do coeficiente de perda de carga turbulento, K2,');
write(' em (dia2/m): '); readln(K2);
{Opcao entre funcao nivel ou funcao taxa}
writeln(' Para calcular os parametros de operacao da bateria de filtros a partir do');
writeln(' conhecimento do nivel maximo, N3, para que os filtros nao transbordem,');
writeln(' digite 1 e para calcular os parametros a partir do conhecimento da taxa');
writeln(' maxima de operacao, Tmax, para que nao ocorra transpasse de solidos');
write(' suspensos pelo meio filtrante, digite 2: '); readln(w);
if w = 1 then
    begin
        writeln(' Entre com o valor da taxa maxima de operacao dos filtros em
m3/m2/dia:');
        write(' '); readln(Tmax);
        N3:= TRUNC(Nivel(K10,K2,Tmax)*100);
        writeln(' O nivel maximo de operacao e: ',N3,' cm. ');
    end
else
    begin
        writeln(' Entre com o valor do nivel maximo do filtro para que o mesmo
nao');
        write(' transborde (cm): '); read(N3aux);writeln;
        Tmax:= Taxa(K10, K2, N3aux);
    end
end

```

```

        writeln(' A taxa maxima de operacao do filtro imediatamente apos
retrolavagem e');
        writeln(' ',Tmax:6:4,' m3/m2/dia. ');
        N3:= TRUNC(N3aux);
        end;
        {Calculo do nivel minimo, N1minaux, em (m).}
        N1minaux:= K2* (SQR(Tmedd)) + K10*Tmedd;
        {Calculo do nivel minimo, N1min, em (cm).}
        N1min:= TRUNC(N1minaux*100);
        {Impressao do nivel N1 minimo}
        writeln (' Nivel N1min= ', N1min,' cm. ');
        Dmaxaux:= 0;
        for N1aux:= N1min to (N3-2) do begin
            Tsumaux:=0;
            TRsumaux:=0;
            Taux[1]:= ( SQR( SQR(K10/K2) + 4*(N1aux/(100*K2))) - (K10/k2))/2;
            for N2aux:= (N1aux+1) to (N3-1) do begin
                Tsumaux:=Taux[1];
                for i:= 2 to n do begin
                    Taux[i]:= (SQR( SQR(N2aux/(100*(K2 * Taux[i-1] )) - Taux[i-
1])) + (4/(100*K2)) * N1aux) - (N2aux/ (100*(K2*Taux[i-1])))+ Taux[i-1])/2;
                    Tsumaux:= Tsumaux + Taux[i];
                    TRaux[i-1]:= (SQR(SQR (N2aux / (100*K2*Taux[i-1]) -
Taux[i-1]) + (4 * N3) / (100*K2))-(N2aux / (100*K2*Taux[i-1]))+Taux[i-1])/2;
                    TRsumaux:= TRsumaux + TRaux[i-1];
                end; {for i}
                Tmedaux:= Tsumaux / n;
                TRmedaux:= TRsumaux / n;  TRsumaux:=0;
                Dmax:=      SQR(SQR(Taux[1] - Taux[n]) + SQR(N2aux-
K2*SQR(Taux[n])-K10*Taux[1]));

```

```

if (ABS (Tmedaux - Tmedd) <= 5) and (ABS(TRmedaux - Tmedd) <=
5) then begin
    writeln(Texto1,ABS (Tmedaux - Tmedd):4:2);
    writeln(Texto2,ABS(TRmedaux - Tmedd):4:2);
    writeln(Texto3,Dmax:4:2);
    writeln(Texto4,N1aux:4);
    writeln(Texto5,N2aux:4);
    Dmaxaux:=Dmax;
    for i:= 1 to n do
        T[i]:= Taux[i];
    for j:= 1 to (n-1) do
        TR[j]:= TRaux[j];
    Tmed:= Tmedaux;
    TRmed:=TRmedaux;
    N1:= N1aux;
    N2:= N2aux;
    end; {if}
    end; {for N2aux}
end; {For N1aux}
writeln;
writeln(' As taxas de filtracao dos filtros sao (m3/m2/dia):');
for i:= 1 to n do begin
    write(' T',i,' = ',TRUNC(T[i]));
    end;
writeln;writeln;
writeln(' As taxas de filtracao dos filtros durante retrolavagem sao (m3/m2/dia):');
for j:= 1 to (n-1) do begin
    write(' TR',j,' = ', TRUNC(TR[j]));
    end;
writeln;writeln;
writeln(' Os niveis de agua sao (cm):');

```

```
write(' N1= ',N1);
write(' N2= ',N2);
writeln(' N3= ',N3);writeln;
writeln(' As taxas medias de filtracao sao (m3/m2/dia):');
write(' Tmed= ', TRUNC(Tmed));
writeln(' TRmed= ', TRUNC(TRmed)); writeln;
close(Texto1);
close(Texto2);
close(Texto3);
close(Texto4);
close(Texto5);
end.
```

ANEXO B – Resultados de simulações

São apresentadas neste anexo os resultados das simulações realizadas no capítulo Resultados e Discussão.

Tabela B1: Resultados obtidos com o uso do programa segundo condições 1 e 2 das Eqs. 4.44 e 4.45. Simulação 1

| N1(cm) | N2(cm) | N3(cm) | Mod(Tmedd - Tmed) | Mod(Tmedd - TRmed) | d |
|--------|--------|--------|-------------------|--------------------|--------|
| 150 | 209 | 270 | 3.41 | 3.67 | 310.33 |
| 150 | 210 | 270 | 4.89 | 1.67 | 312.87 |
| 151 | 210 | 270 | 1.54 | 4.22 | 310.93 |
| 151 | 211 | 270 | 3.02 | 2.22 | 313.48 |
| 151 | 212 | 270 | 4.48 | 0.24 | 316 |
| 152 | 211 | 270 | 0.33 | 4.76 | 311.52 |
| 152 | 212 | 270 | 1.15 | 2.77 | 314.08 |
| 152 | 213 | 270 | 2.62 | 0.79 | 316.61 |
| 152 | 214 | 270 | 4.07 | 1.17 | 319.11 |
| 153 | 213 | 270 | 0.71 | 3.31 | 314.68 |
| 153 | 214 | 270 | 0.76 | 1.34 | 317.22 |
| 153 | 215 | 270 | 2.21 | 0.62 | 319.73 |
| 153 | 216 | 270 | 3.65 | 2.56 | 322.21 |
| 154 | 214 | 270 | 2.57 | 3.85 | 315.28 |
| 154 | 215 | 270 | 1.09 | 1.88 | 317.82 |
| 154 | 216 | 270 | 0.36 | 0.07 | 320.34 |
| 154 | 217 | 270 | 1.8 | 2.01 | 322.82 |
| 154 | 218 | 270 | 3.23 | 3.93 | 325.29 |
| 155 | 215 | 270 | 4.42 | 4.38 | 315.88 |
| 155 | 216 | 270 | 2.94 | 2.42 | 318.43 |
| 155 | 217 | 270 | 1.48 | 0.47 | 320.94 |
| 155 | 218 | 270 | 0.04 | 1.46 | 323.44 |
| 155 | 219 | 270 | 1.39 | 3.38 | 325.91 |
| 156 | 217 | 270 | 4.79 | 2.95 | 319.03 |
| 156 | 218 | 270 | 3.33 | 1 | 321.55 |
| 156 | 219 | 270 | 1.88 | 0.92 | 324.05 |
| 156 | 220 | 270 | 0.45 | 2.83 | 326.52 |
| 156 | 221 | 270 | 0.97 | 4.73 | 328.97 |
| 157 | 220 | 270 | 3.72 | 0.39 | 324.66 |
| 157 | 221 | 270 | 2.28 | 2.29 | 327.14 |
| 157 | 222 | 270 | 0.86 | 4.18 | 329.59 |
| 158 | 222 | 270 | 4.11 | 1.76 | 327.75 |
| 158 | 223 | 270 | 2.69 | 3.64 | 330.21 |
| 159 | 224 | 270 | 4.51 | 3.11 | 330.83 |
| 159 | 225 | 270 | 3.1 | 4.98 | 333.27 |
| 160 | 226 | 270 | 4.92 | 4.44 | 333.89 |

Tabela B2: Resultados obtidos com o uso do programa segundo condições 1 e 2 das Eqs. 4.44 e 4.45. Simulação 2

| N1(cm) | N2(cm) | N3(cm) | Mod(Tmedd - Tmed) | Mod(Tmedd - TRmed) | d |
|--------|--------|--------|-------------------|--------------------|--------|
| 178 | 232 | 270 | 3.67 | 4.27 | 385.74 |
| 179 | 233 | 270 | 1.94 | 4.87 | 386.37 |
| 179 | 234 | 270 | 4.09 | 2.13 | 389.57 |
| 180 | 235 | 270 | 2.37 | 2.72 | 390.21 |
| 180 | 236 | 270 | 4.49 | 0.02 | 393.36 |
| 181 | 236 | 270 | 0.65 | 3.32 | 390.84 |
| 181 | 237 | 270 | 2.78 | 0.62 | 394 |
| 181 | 238 | 270 | 4.88 | 2.05 | 397.11 |
| 182 | 237 | 270 | 1.07 | 3.9 | 391.47 |
| 182 | 238 | 270 | 1.06 | 1.21 | 394.64 |
| 182 | 239 | 270 | 3.17 | 1.45 | 397.76 |
| 183 | 238 | 270 | 2.78 | 4.49 | 392.09 |
| 183 | 239 | 270 | 0.64 | 1.8 | 395.28 |
| 183 | 240 | 270 | 1.46 | 0.86 | 398.41 |
| 183 | 241 | 270 | 3.55 | 3.49 | 401.49 |
| 184 | 240 | 270 | 2.35 | 2.38 | 395.91 |
| 184 | 241 | 270 | 0.24 | 0.27 | 399.05 |
| 184 | 242 | 270 | 1.85 | 2.9 | 402.14 |
| 185 | 241 | 270 | 4.06 | 2.96 | 396.54 |
| 185 | 242 | 270 | 1.94 | 0.31 | 399.69 |
| 185 | 243 | 270 | 0.15 | 2.31 | 402.79 |
| 185 | 244 | 270 | 2.21 | 4.9 | 405.84 |
| 186 | 243 | 270 | 3.63 | 0.89 | 400.33 |
| 186 | 244 | 270 | 1.54 | 1.73 | 403.44 |
| 186 | 245 | 270 | 0.53 | 4.31 | 406.5 |
| 187 | 245 | 270 | 3.23 | 1.15 | 404.09 |
| 187 | 246 | 270 | 1.16 | 3.73 | 407.16 |
| 188 | 246 | 270 | 4.92 | 0.58 | 404.73 |
| 188 | 247 | 270 | 2.84 | 3.15 | 407.81 |
| 189 | 248 | 270 | 4.52 | 2.58 | 408.46 |
| 190 | 250 | 270 | 4.14 | 4.55 | 412.15 |

Tabela B3: Resultados obtidos com o uso do programa segundo condições 1 e 2 das Eqs. 4.44 e 4.45. Simulação 3

| N1(cm) | N2(cm) | N3(cm) | Mod(Tmedd - Tmed) | Mod(Tmedd - TRmed) | d |
|--------|--------|--------|-------------------|--------------------|--------|
| 195 | 242 | 270 | 4.67 | 2.81 | 426.78 |
| 196 | 243 | 270 | 3.01 | 3.42 | 427.43 |
| 197 | 244 | 270 | 1.36 | 4.03 | 428.09 |
| 197 | 245 | 270 | 4.18 | 0.58 | 431.91 |
| 198 | 245 | 270 | 0.3 | 4.62 | 428.74 |
| 198 | 246 | 270 | 2.54 | 1.19 | 432.57 |
| 199 | 247 | 270 | 0.89 | 1.79 | 433.24 |
| 199 | 248 | 270 | 3.68 | 1.59 | 436.99 |
| 200 | 248 | 270 | 0.75 | 2.38 | 433.9 |
| 200 | 249 | 270 | 2.05 | 0.99 | 437.67 |
| 200 | 250 | 270 | 4.8 | 4.31 | 441.35 |
| 201 | 249 | 270 | 2.39 | 2.97 | 434.55 |
| 201 | 250 | 270 | 0.41 | 0.4 | 438.34 |
| 201 | 251 | 270 | 3.17 | 3.72 | 442.03 |
| 202 | 250 | 270 | 4.03 | 3.56 | 435.2 |
| 202 | 251 | 270 | 1.22 | 0.19 | 439 |
| 202 | 252 | 270 | 1.55 | 3.12 | 442.72 |
| 203 | 252 | 270 | 2.85 | 0.78 | 439.67 |
| 203 | 253 | 270 | 0.08 | 2.53 | 443.39 |
| 204 | 253 | 270 | 4.48 | 1.36 | 440.33 |
| 204 | 254 | 270 | 1.7 | 1.94 | 444.07 |
| 205 | 255 | 270 | 3.32 | 1.36 | 444.74 |
| 205 | 256 | 270 | 0.58 | 4.62 | 448.41 |
| 206 | 256 | 270 | 4.94 | 0.78 | 445.4 |
| 206 | 257 | 270 | 2.2 | 4.03 | 449.09 |
| 207 | 258 | 270 | 3.81 | 3.46 | 449.77 |

Tabela B4: Resultados obtidos com o uso do programa segundo condições 1 e 2 das Eqs. 4.44 e 4.45. Simulação 4

| N1(cm) | N2(cm) | N3(cm) | Mod(Tmedd - Tmed) | Mod(Tmedd - TRmed) | d |
|--------|--------|--------|-------------------|--------------------|--------|
| 205 | 245 | 270 | 4.18 | 4.97 | 446.94 |
| 207 | 248 | 270 | 4.49 | 1.97 | 452.79 |
| 208 | 249 | 270 | 2.88 | 2.57 | 453.47 |
| 209 | 250 | 270 | 1.27 | 3.17 | 454.15 |
| 209 | 251 | 270 | 4.78 | 0.95 | 458.57 |
| 210 | 251 | 270 | 0.34 | 3.77 | 454.82 |
| 210 | 252 | 270 | 3.18 | 0.35 | 459.26 |
| 211 | 252 | 270 | 1.94 | 4.37 | 455.48 |
| 211 | 253 | 270 | 1.58 | 0.25 | 459.95 |
| 212 | 253 | 270 | 3.55 | 4.96 | 456.15 |
| 212 | 254 | 270 | 0.02 | 0.84 | 460.63 |
| 212 | 255 | 270 | 3.44 | 3.2 | 464.98 |
| 213 | 255 | 270 | 1.61 | 1.43 | 461.31 |
| 213 | 256 | 270 | 1.85 | 2.6 | 465.68 |
| 214 | 256 | 270 | 3.21 | 2.02 | 461.98 |
| 214 | 257 | 270 | 0.27 | 2.01 | 466.37 |
| 215 | 257 | 270 | 4.8 | 2.6 | 462.65 |
| 215 | 258 | 270 | 1.32 | 1.43 | 467.06 |
| 216 | 259 | 270 | 2.9 | 0.84 | 467.74 |
| 216 | 260 | 270 | 0.52 | 4.79 | 472.04 |
| 217 | 260 | 270 | 4.48 | 0.26 | 468.42 |
| 217 | 261 | 270 | 1.06 | 4.21 | 472.74 |
| 218 | 262 | 270 | 2.63 | 3.63 | 473.43 |
| 219 | 263 | 270 | 4.2 | 3.05 | 474.12 |

Tabela B5: Resultados obtidos com o uso do programa segundo condições 1 e 2 das Eqs. 4.44 e 4.45. Simulação 5.

| N1(cm) | N2(cm) | N3(cm) | Mod (Tmedd - Tmed) | Mod (Tmedd - TRmed) | d |
|--------|--------|--------|--------------------|---------------------|--------|
| 233 | 257 | 270 | 4.8 | 1 | 504.41 |
| 234 | 258 | 270 | 3.28 | 1.6 | 505.12 |
| 235 | 259 | 270 | 1.75 | 2.19 | 505.84 |
| 236 | 260 | 270 | 0.22 | 2.78 | 506.55 |
| 237 | 261 | 270 | 1.31 | 3.36 | 507.25 |
| 238 | 262 | 270 | 2.83 | 3.95 | 507.95 |
| 238 | 263 | 270 | 4.14 | 3.64 | 515.56 |
| 239 | 263 | 270 | 4.36 | 4.53 | 508.65 |
| 239 | 264 | 270 | 2.63 | 3.05 | 516.29 |
| 240 | 265 | 270 | 1.12 | 2.47 | 517.02 |
| 241 | 266 | 270 | 0.38 | 1.89 | 517.75 |
| 242 | 267 | 270 | 1.89 | 1.32 | 518.47 |
| 243 | 268 | 270 | 3.39 | 0.75 | 519.18 |
| 244 | 269 | 270 | 4.9 | 0.18 | 519.9 |

Tabela B6: Resultados obtidos com o uso do programa segundo condições 1 e 2 das Eqs. 4.44 e 4.45. Simulação 6

| N1(cm) | N2(cm) | N3(cm) | Mod(Tmedd - Tmed) | Mod(Tmedd - TRmed) | d |
|--------|--------|--------|-------------------|--------------------|--------|
| 194 | 275 | 360 | 4.77 | 4.29 | 360.45 |
| 195 | 276 | 360 | 3.37 | 4.7 | 361.13 |
| 195 | 277 | 360 | 4.48 | 3.23 | 363.12 |
| 196 | 278 | 360 | 3.09 | 3.63 | 363.81 |
| 196 | 279 | 360 | 4.18 | 2.17 | 365.78 |
| 197 | 279 | 360 | 1.7 | 4.04 | 364.5 |
| 197 | 280 | 360 | 2.8 | 2.58 | 366.48 |
| 197 | 281 | 360 | 3.88 | 1.13 | 368.44 |
| 197 | 282 | 360 | 4.96 | 0.31 | 370.4 |
| 198 | 280 | 360 | 0.32 | 4.44 | 365.19 |
| 198 | 281 | 360 | 1.41 | 2.99 | 367.17 |
| 198 | 282 | 360 | 2.5 | 1.54 | 369.13 |
| 198 | 283 | 360 | 3.58 | 0.1 | 371.09 |
| 198 | 284 | 360 | 4.65 | 1.33 | 373.03 |
| 199 | 281 | 360 | 1.06 | 4.84 | 365.87 |
| 199 | 282 | 360 | 0.03 | 3.39 | 367.86 |
| 199 | 283 | 360 | 1.12 | 1.94 | 369.83 |
| 199 | 284 | 360 | 2.2 | 0.51 | 371.78 |
| 199 | 285 | 360 | 3.27 | 0.92 | 373.73 |
| 199 | 286 | 360 | 4.34 | 2.34 | 375.66 |
| 200 | 283 | 360 | 1.34 | 3.79 | 368.55 |
| 200 | 284 | 360 | 0.25 | 2.35 | 370.52 |
| 200 | 285 | 360 | 0.83 | 0.91 | 372.48 |
| 200 | 286 | 360 | 1.9 | 0.51 | 374.42 |
| 200 | 287 | 360 | 2.97 | 1.93 | 376.36 |
| 200 | 288 | 360 | 4.02 | 3.34 | 378.29 |
| 201 | 284 | 360 | 2.72 | 4.18 | 369.24 |
| 201 | 285 | 360 | 1.63 | 2.74 | 371.21 |
| 201 | 286 | 360 | 0.54 | 1.31 | 373.17 |
| 201 | 287 | 360 | 0.53 | 0.11 | 375.12 |
| 201 | 288 | 360 | 1.6 | 1.53 | 377.06 |
| 201 | 289 | 360 | 2.66 | 2.93 | 378.99 |
| 201 | 290 | 360 | 3.7 | 4.33 | 380.9 |
| 202 | 285 | 360 | 4.09 | 4.58 | 369.93 |
| 202 | 286 | 360 | 3 | 3.14 | 371.9 |
| 202 | 287 | 360 | 1.91 | 1.71 | 373.86 |
| 202 | 288 | 360 | 0.84 | 0.29 | 375.82 |
| 202 | 289 | 360 | 0.23 | 1.12 | 377.76 |

| Tabela B6 - Continuação | | | | | |
|-------------------------|-----|-----|------|------|--------|
| 202 | 290 | 360 | 1.29 | 2.53 | 379.68 |
| 202 | 291 | 360 | 2.34 | 3.92 | 381.6 |
| 203 | 287 | 360 | 4.36 | 3.53 | 372.59 |
| 203 | 288 | 360 | 3.28 | 2.11 | 374.56 |
| 203 | 289 | 360 | 2.2 | 0.69 | 376.51 |
| 203 | 290 | 360 | 1.13 | 0.72 | 378.45 |
| 203 | 291 | 360 | 0.07 | 2.12 | 380.38 |
| 203 | 292 | 360 | 0.98 | 3.51 | 382.3 |
| 203 | 293 | 360 | 2.02 | 4.9 | 384.21 |
| 204 | 289 | 360 | 4.64 | 2.5 | 375.25 |
| 204 | 290 | 360 | 3.56 | 1.09 | 377.21 |
| 204 | 291 | 360 | 2.49 | 0.32 | 379.15 |
| 204 | 292 | 360 | 1.43 | 1.72 | 381.08 |
| 204 | 293 | 360 | 0.38 | 3.11 | 383 |
| 204 | 294 | 360 | 0.67 | 4.49 | 384.91 |
| 205 | 291 | 360 | 4.92 | 1.48 | 377.9 |
| 205 | 292 | 360 | 3.85 | 0.07 | 379.85 |
| 205 | 293 | 360 | 2.79 | 1.32 | 381.78 |
| 205 | 294 | 360 | 1.73 | 2.71 | 383.7 |
| 205 | 295 | 360 | 0.69 | 4.09 | 385.62 |
| 206 | 294 | 360 | 4.14 | 0.93 | 382.48 |
| 206 | 295 | 360 | 3.09 | 2.31 | 384.4 |
| 206 | 296 | 360 | 2.04 | 3.69 | 386.32 |
| 207 | 296 | 360 | 4.44 | 1.92 | 385.1 |
| 207 | 297 | 360 | 3.39 | 3.3 | 387.02 |
| 207 | 298 | 360 | 2.35 | 4.66 | 388.93 |
| 208 | 298 | 360 | 4.74 | 2.9 | 387.72 |
| 208 | 299 | 360 | 3.69 | 4.27 | 389.63 |

Tabela B7: Resultados obtidos com o uso do programa segundo condições 1 e 2 das Eqs. 4.44 e 4.45. Simulação 7

| N1(cm) | N2(cm) | N3(cm) | Mod(Tmedd - Tmed) | Mod(Tmedd - TRmed) | d |
|--------|--------|--------|-------------------|--------------------|--------|
| 234 | 309 | 360 | 4.37 | 3.5 | 440.53 |
| 235 | 310 | 360 | 3.1 | 3.94 | 441.23 |
| 235 | 311 | 360 | 4.68 | 1.94 | 443.63 |
| 236 | 311 | 360 | 1.82 | 4.39 | 441.92 |
| 236 | 312 | 360 | 3.41 | 2.38 | 444.32 |
| 236 | 313 | 360 | 4.98 | 0.39 | 446.7 |
| 237 | 312 | 360 | 0.55 | 4.83 | 442.61 |
| 237 | 313 | 360 | 2.14 | 2.82 | 445.02 |
| 237 | 314 | 360 | 3.71 | 0.84 | 447.4 |
| 238 | 314 | 360 | 0.87 | 3.26 | 445.71 |
| 238 | 315 | 360 | 2.44 | 1.28 | 448.1 |
| 238 | 316 | 360 | 4 | 0.69 | 450.47 |
| 239 | 315 | 360 | 0.4 | 3.7 | 446.41 |
| 239 | 316 | 360 | 1.18 | 1.72 | 448.8 |
| 239 | 317 | 360 | 2.74 | 0.25 | 451.17 |
| 239 | 318 | 360 | 4.28 | 2.2 | 453.52 |
| 240 | 316 | 360 | 1.66 | 4.13 | 447.1 |
| 240 | 317 | 360 | 0.09 | 2.15 | 449.5 |
| 240 | 318 | 360 | 1.48 | 0.19 | 451.87 |
| 240 | 319 | 360 | 3.03 | 1.75 | 454.22 |
| 240 | 320 | 360 | 4.56 | 3.68 | 456.55 |
| 241 | 317 | 360 | 2.93 | 4.56 | 447.79 |
| 241 | 318 | 360 | 1.35 | 2.59 | 450.2 |
| 241 | 319 | 360 | 0.22 | 0.63 | 452.57 |
| 241 | 320 | 360 | 1.77 | 1.32 | 454.93 |
| 241 | 321 | 360 | 3.3 | 3.24 | 457.26 |
| 242 | 318 | 360 | 4.19 | 4.99 | 448.48 |
| 242 | 319 | 360 | 2.61 | 3.02 | 450.89 |
| 242 | 320 | 360 | 1.04 | 1.06 | 453.27 |
| 242 | 321 | 360 | 0.51 | 0.88 | 455.63 |
| 242 | 322 | 360 | 2.05 | 2.8 | 457.96 |
| 242 | 323 | 360 | 3.57 | 4.71 | 460.27 |
| 243 | 320 | 360 | 3.87 | 3.45 | 451.58 |
| 243 | 321 | 360 | 2.29 | 1.49 | 453.97 |
| 243 | 322 | 360 | 0.74 | 0.45 | 456.33 |
| 243 | 323 | 360 | 0.8 | 2.37 | 458.67 |
| 243 | 324 | 360 | 2.32 | 4.27 | 460.99 |
| 244 | 322 | 360 | 3.55 | 1.92 | 454.67 |

| Tabela B7 - Continuação | | | | | |
|-------------------------|-----|-----|------|------|--------|
| 244 | 323 | 360 | 1.99 | 0.02 | 457.04 |
| 244 | 324 | 360 | 0.45 | 1.94 | 459.38 |
| 244 | 325 | 360 | 1.08 | 3.84 | 461.7 |
| 245 | 323 | 360 | 4.8 | 2.34 | 455.37 |
| 245 | 324 | 360 | 3.24 | 0.41 | 457.74 |
| 245 | 325 | 360 | 1.7 | 1.51 | 460.09 |
| 245 | 326 | 360 | 0.17 | 3.41 | 462.41 |
| 246 | 325 | 360 | 4.49 | 0.84 | 458.44 |
| 246 | 326 | 360 | 2.94 | 1.08 | 460.79 |
| 246 | 327 | 360 | 1.41 | 2.98 | 463.12 |
| 246 | 328 | 360 | 0.1 | 4.86 | 465.42 |
| 247 | 327 | 360 | 4.19 | 0.65 | 461.49 |
| 247 | 328 | 360 | 2.66 | 2.55 | 463.82 |
| 247 | 329 | 360 | 1.14 | 4.43 | 466.13 |
| 248 | 329 | 360 | 3.9 | 2.12 | 464.53 |
| 248 | 330 | 360 | 2.38 | 4 | 466.84 |
| 249 | 331 | 360 | 3.61 | 3.58 | 467.55 |
| 250 | 332 | 360 | 4.85 | 3.16 | 468.26 |
| 251 | 334 | 360 | 4.57 | 4.59 | 471.27 |

Tabela B8: Resultados obtidos com o uso do programa segundo condições 1 e 2 das Eqs. 4.44 e 4.45. Simulação 8

| N1(cm) | N2(cm) | N3(cm) | Mod(Tmedd - Tmed) | Mod(Tmedd - TRmed) | d |
|--------|--------|--------|-------------------|--------------------|--------|
| 256 | 320 | 360 | 4.62 | 4.34 | 476.88 |
| 257 | 321 | 360 | 3.39 | 4.79 | 477.58 |
| 258 | 323 | 360 | 4.27 | 2.68 | 481.13 |
| 259 | 324 | 360 | 3.05 | 3.13 | 481.84 |
| 260 | 325 | 360 | 1.83 | 3.58 | 482.54 |
| 260 | 326 | 360 | 3.92 | 1.05 | 485.37 |
| 261 | 326 | 360 | 0.61 | 4.02 | 483.24 |
| 261 | 327 | 360 | 2.7 | 1.49 | 486.08 |
| 261 | 328 | 360 | 4.77 | 1 | 488.86 |
| 262 | 327 | 360 | 0.6 | 4.46 | 483.94 |
| 262 | 328 | 360 | 1.49 | 1.94 | 486.78 |
| 262 | 329 | 360 | 3.56 | 0.56 | 489.58 |
| 263 | 328 | 360 | 1.82 | 4.9 | 484.64 |
| 263 | 329 | 360 | 0.28 | 2.38 | 487.49 |
| 263 | 330 | 360 | 2.35 | 0.11 | 490.29 |
| 263 | 331 | 360 | 4.39 | 2.58 | 493.05 |
| 264 | 330 | 360 | 0.93 | 2.82 | 488.19 |
| 264 | 331 | 360 | 1.14 | 0.33 | 491 |
| 264 | 332 | 360 | 3.19 | 2.13 | 493.77 |
| 265 | 331 | 360 | 2.14 | 3.26 | 488.9 |
| 265 | 332 | 360 | 0.06 | 0.77 | 491.71 |
| 265 | 333 | 360 | 1.99 | 1.69 | 494.48 |
| 265 | 334 | 360 | 4.01 | 4.12 | 497.21 |
| 266 | 332 | 360 | 3.35 | 3.69 | 489.6 |
| 266 | 333 | 360 | 1.27 | 1.21 | 492.42 |
| 266 | 334 | 360 | 0.79 | 1.25 | 495.2 |
| 266 | 335 | 360 | 2.81 | 3.68 | 497.93 |
| 267 | 333 | 360 | 4.55 | 4.12 | 490.3 |
| 267 | 334 | 360 | 2.47 | 1.64 | 493.13 |
| 267 | 335 | 360 | 0.41 | 0.81 | 495.91 |
| 267 | 336 | 360 | 1.62 | 3.24 | 498.65 |
| 268 | 335 | 360 | 3.67 | 2.07 | 493.83 |
| 268 | 336 | 360 | 1.61 | 0.38 | 496.62 |
| 268 | 337 | 360 | 0.42 | 2.81 | 499.37 |
| 269 | 336 | 360 | 4.87 | 2.5 | 494.53 |
| 269 | 337 | 360 | 2.81 | 0.05 | 497.33 |
| 269 | 338 | 360 | 0.77 | 2.37 | 500.09 |
| 269 | 339 | 360 | 1.24 | 4.77 | 502.81 |

| Tabela B8 - Continuação | | | | | |
|-------------------------|-----|-----|------|------|--------|
| 270 | 338 | 360 | 4.01 | 0.48 | 498.04 |
| 270 | 339 | 360 | 1.97 | 1.94 | 500.81 |
| 270 | 340 | 360 | 0.05 | 4.33 | 503.53 |
| 271 | 340 | 360 | 3.16 | 1.51 | 501.52 |
| 271 | 341 | 360 | 1.14 | 3.9 | 504.25 |
| 272 | 341 | 360 | 4.35 | 1.08 | 502.23 |
| 272 | 342 | 360 | 2.33 | 3.47 | 504.97 |
| 273 | 343 | 360 | 3.51 | 3.04 | 505.69 |
| 274 | 344 | 360 | 4.7 | 2.62 | 506.41 |
| 274 | 345 | 360 | 2.69 | 4.98 | 509.11 |
| 275 | 346 | 360 | 3.87 | 4.55 | 509.84 |

Tabela B9: Resultados obtidos com o uso do programa segundo condições 1 e 2 das Eqs. 4.44 e 4.45. Simulação 9.

| N1(cm) | N2(cm) | N3(cm) | Mod (Tmedd - Tmed) | Mod (Tmedd - TRmed) | d |
|--------|--------|--------|--------------------|---------------------|--------|
| 273 | 329 | 360 | 4.17 | 3.14 | 503.59 |
| 274 | 330 | 360 | 2.98 | 3.59 | 504.3 |
| 275 | 331 | 360 | 1.79 | 4.04 | 505.01 |
| 275 | 332 | 360 | 4.4 | 0.97 | 508.28 |
| 276 | 332 | 360 | 0.61 | 4.48 | 505.72 |
| 276 | 333 | 360 | 3.22 | 1.42 | 508.99 |
| 277 | 333 | 360 | 0.58 | 4.93 | 506.42 |
| 277 | 334 | 360 | 2.03 | 1.86 | 509.71 |
| 277 | 335 | 360 | 4.61 | 1.16 | 512.93 |
| 278 | 335 | 360 | 0.85 | 2.31 | 510.42 |
| 278 | 336 | 360 | 3.43 | 0.71 | 513.65 |
| 279 | 336 | 360 | 0.33 | 2.75 | 511.13 |
| 279 | 337 | 360 | 2.25 | 0.27 | 514.37 |
| 279 | 338 | 360 | 4.8 | 3.25 | 517.54 |
| 280 | 337 | 360 | 1.51 | 3.18 | 511.84 |
| 280 | 338 | 360 | 1.08 | 0.17 | 515.08 |
| 280 | 339 | 360 | 3.63 | 2.8 | 518.27 |
| 281 | 338 | 360 | 2.69 | 3.62 | 512.55 |
| 281 | 339 | 360 | 0.1 | 0.61 | 515.8 |
| 281 | 340 | 360 | 2.46 | 2.36 | 518.99 |
| 282 | 339 | 360 | 3.86 | 4.05 | 513.25 |
| 282 | 340 | 360 | 1.27 | 1.05 | 516.52 |
| 282 | 341 | 360 | 1.29 | 1.92 | 519.71 |
| 282 | 342 | 360 | 3.81 | 4.85 | 522.85 |
| 283 | 341 | 360 | 2.44 | 1.48 | 517.23 |
| 283 | 342 | 360 | 0.12 | 1.49 | 520.44 |
| 283 | 343 | 360 | 2.64 | 4.41 | 523.58 |
| 284 | 342 | 360 | 3.61 | 1.91 | 517.94 |
| 284 | 343 | 360 | 1.05 | 1.05 | 521.16 |
| 284 | 344 | 360 | 1.48 | 3.98 | 524.31 |
| 285 | 343 | 360 | 4.78 | 2.34 | 518.65 |
| 285 | 344 | 360 | 2.21 | 0.62 | 521.87 |
| 285 | 345 | 360 | 0.32 | 3.54 | 525.04 |
| 286 | 345 | 360 | 3.38 | 0.19 | 522.59 |
| 286 | 346 | 360 | 0.84 | 3.11 | 525.76 |
| 287 | 346 | 360 | 4.54 | 0.24 | 523.31 |
| 287 | 347 | 360 | 2 | 2.68 | 526.49 |
| 288 | 348 | 360 | 3.16 | 2.25 | 527.21 |

| Tabela B9 - Continuação | | | | | |
|-------------------------|-----|-----|------|------|--------|
| 289 | 349 | 360 | 4.32 | 1.82 | 527.93 |
| 289 | 350 | 360 | 1.81 | 4.7 | 531.06 |
| 290 | 351 | 360 | 2.96 | 4.27 | 531.79 |
| 291 | 352 | 360 | 4.12 | 3.85 | 532.52 |

Tabela B10: Resultados obtidos com o uso do programa segundo condições 1 e 2 das Eqs. 4.44 e 4.45. Simulação 10.

| N1(cm) | N2(cm) | N3(cm) | Mod (Tmedd - Tmed) | Mod (Tmedd - TRmed) | d |
|--------|--------|--------|--------------------|---------------------|--------|
| 305 | 337 | 360 | 4.5 | 4.89 | 546.72 |
| 310 | 343 | 360 | 4.08 | 1.32 | 555.86 |
| 311 | 344 | 360 | 2.96 | 1.76 | 556.59 |
| 312 | 345 | 360 | 1.84 | 2.2 | 557.32 |
| 313 | 346 | 360 | 0.71 | 2.64 | 558.04 |
| 314 | 347 | 360 | 0.41 | 3.07 | 558.77 |
| 314 | 348 | 360 | 4.74 | 2.54 | 564.16 |
| 315 | 348 | 360 | 1.53 | 3.5 | 559.49 |
| 315 | 349 | 360 | 3.62 | 2.11 | 564.89 |
| 316 | 349 | 360 | 2.65 | 3.93 | 560.21 |
| 316 | 350 | 360 | 2.51 | 1.68 | 565.63 |
| 317 | 350 | 360 | 3.77 | 4.36 | 560.92 |
| 317 | 351 | 360 | 1.4 | 1.25 | 566.37 |
| 318 | 351 | 360 | 4.89 | 4.79 | 561.64 |
| 318 | 352 | 360 | 0.29 | 0.82 | 567.1 |
| 319 | 353 | 360 | 0.82 | 0.39 | 567.83 |
| 320 | 354 | 360 | 1.93 | 0.04 | 568.56 |
| 321 | 355 | 360 | 3.04 | 0.46 | 569.29 |
| 321 | 356 | 360 | 2.02 | 4.99 | 574.57 |
| 322 | 356 | 360 | 4.15 | 0.88 | 570.02 |
| 322 | 357 | 360 | 0.92 | 4.56 | 575.31 |
| 323 | 358 | 360 | 0.18 | 4.14 | 576.05 |
| 324 | 359 | 360 | 1.28 | 3.72 | 576.79 |

Tabela B11: Resultados obtidos com o uso do programa segundo condições 1 e 2 das Eqs. 4.44 e 4.45. Simulação 11.

| N1(cm) | N2(cm) | N3(cm) | Mod(Tmedd - Tmed) | Mod(Tmedd - TRmed) | d |
|--------|--------|--------|-------------------|--------------------|--------|
| 239 | 342 | 450 | 4.48 | 4.96 | 414.9 |
| 240 | 344 | 450 | 4.25 | 4.12 | 417.34 |
| 241 | 345 | 450 | 3.14 | 4.45 | 418.1 |
| 241 | 346 | 450 | 4.01 | 3.29 | 419.78 |
| 241 | 347 | 450 | 4.88 | 2.14 | 421.44 |
| 242 | 346 | 450 | 2.04 | 4.77 | 418.86 |
| 242 | 347 | 450 | 2.91 | 3.61 | 420.53 |
| 242 | 348 | 450 | 3.78 | 2.46 | 422.21 |
| 242 | 349 | 450 | 4.64 | 1.32 | 423.87 |
| 243 | 348 | 450 | 1.81 | 3.94 | 421.29 |
| 243 | 349 | 450 | 2.68 | 2.79 | 422.97 |
| 243 | 350 | 450 | 3.54 | 1.64 | 424.63 |
| 243 | 351 | 450 | 4.4 | 0.5 | 426.29 |
| 244 | 349 | 450 | 0.71 | 4.26 | 422.05 |
| 244 | 350 | 450 | 1.58 | 3.11 | 423.73 |
| 244 | 351 | 450 | 2.45 | 1.97 | 425.39 |
| 244 | 352 | 450 | 3.3 | 0.83 | 427.05 |
| 244 | 353 | 450 | 4.16 | 0.3 | 428.7 |
| 245 | 350 | 450 | 0.39 | 4.57 | 422.81 |
| 245 | 351 | 450 | 0.49 | 3.43 | 424.49 |
| 245 | 352 | 450 | 1.35 | 2.29 | 426.15 |
| 245 | 353 | 450 | 2.21 | 1.15 | 427.81 |
| 245 | 354 | 450 | 3.06 | 0.02 | 429.47 |
| 245 | 355 | 450 | 3.91 | 1.1 | 431.11 |
| 245 | 356 | 450 | 4.76 | 2.22 | 432.75 |
| 246 | 351 | 450 | 1.48 | 4.89 | 423.57 |
| 246 | 352 | 450 | 0.61 | 3.75 | 425.25 |
| 246 | 353 | 450 | 0.26 | 2.61 | 426.92 |
| 246 | 354 | 450 | 1.12 | 1.47 | 428.58 |
| 246 | 355 | 450 | 1.97 | 0.34 | 430.23 |
| 246 | 356 | 450 | 2.82 | 0.78 | 431.88 |
| 246 | 357 | 450 | 3.67 | 1.9 | 433.52 |
| 246 | 358 | 450 | 4.5 | 3.01 | 435.15 |
| 247 | 353 | 450 | 1.7 | 4.06 | 426.01 |
| 247 | 354 | 450 | 0.83 | 2.93 | 427.68 |
| 247 | 355 | 450 | 0.03 | 1.79 | 429.34 |
| 247 | 356 | 450 | 0.88 | 0.67 | 430.99 |
| 247 | 357 | 450 | 1.73 | 0.46 | 432.64 |

| Tabela B11 - Continuação | | | | | |
|--------------------------|-----|-----|------|------|--------|
| 247 | 358 | 450 | 2.58 | 1.57 | 434.29 |
| 247 | 359 | 450 | 3.42 | 2.68 | 435.92 |
| 247 | 360 | 450 | 4.25 | 3.79 | 437.55 |
| 248 | 354 | 450 | 2.79 | 4.38 | 426.77 |
| 248 | 355 | 450 | 1.93 | 3.24 | 428.44 |
| 248 | 356 | 450 | 1.06 | 2.11 | 430.1 |
| 248 | 357 | 450 | 0.21 | 0.99 | 431.76 |
| 248 | 358 | 450 | 0.65 | 0.13 | 433.41 |
| 248 | 359 | 450 | 1.49 | 1.25 | 435.05 |
| 248 | 360 | 450 | 2.33 | 2.36 | 436.69 |
| 248 | 361 | 450 | 3.17 | 3.47 | 438.32 |
| 248 | 362 | 450 | 4 | 4.57 | 439.94 |
| 249 | 355 | 450 | 3.88 | 4.69 | 427.53 |
| 249 | 356 | 450 | 3.01 | 3.56 | 429.2 |
| 249 | 357 | 450 | 2.15 | 2.43 | 430.86 |
| 249 | 358 | 450 | 1.29 | 1.3 | 432.52 |
| 249 | 359 | 450 | 0.44 | 0.18 | 434.17 |
| 249 | 360 | 450 | 0.41 | 0.93 | 435.82 |
| 249 | 361 | 450 | 1.25 | 2.04 | 437.45 |
| 249 | 362 | 450 | 2.08 | 3.14 | 439.09 |
| 249 | 363 | 450 | 2.91 | 4.24 | 440.71 |
| 250 | 356 | 450 | 4.97 | 5 | 428.29 |
| 250 | 357 | 450 | 4.1 | 3.87 | 429.96 |
| 250 | 358 | 450 | 3.24 | 2.74 | 431.63 |
| 250 | 359 | 450 | 2.38 | 1.62 | 433.29 |
| 250 | 360 | 450 | 1.53 | 0.5 | 434.94 |
| 250 | 361 | 450 | 0.68 | 0.61 | 436.58 |
| 250 | 362 | 450 | 0.17 | 1.72 | 438.22 |
| 250 | 363 | 450 | 1 | 2.82 | 439.85 |
| 250 | 364 | 450 | 1.83 | 3.92 | 441.48 |
| 251 | 359 | 450 | 4.32 | 3.05 | 432.39 |
| 251 | 360 | 450 | 3.46 | 1.93 | 434.05 |
| 251 | 361 | 450 | 2.61 | 0.82 | 435.7 |
| 251 | 362 | 450 | 1.76 | 0.29 | 437.35 |
| 251 | 363 | 450 | 0.92 | 1.4 | 438.99 |
| 251 | 364 | 450 | 0.08 | 2.5 | 440.62 |
| 251 | 365 | 450 | 0.76 | 3.59 | 442.25 |
| 251 | 366 | 450 | 1.58 | 4.68 | 443.87 |
| 252 | 361 | 450 | 4.54 | 2.24 | 434.81 |
| 252 | 362 | 450 | 3.69 | 1.13 | 436.47 |
| 252 | 363 | 450 | 2.84 | 0.02 | 438.12 |
| 252 | 364 | 450 | 1.99 | 1.08 | 439.76 |
| 252 | 365 | 450 | 1.16 | 2.18 | 441.39 |

| Tabela B11 - Continuação | | | | | |
|--------------------------|-----|-----|------|------|--------|
| 252 | 366 | 450 | 0.32 | 3.27 | 443.02 |
| 252 | 367 | 450 | 0.51 | 4.36 | 444.64 |
| 253 | 363 | 450 | 4.77 | 1.44 | 437.23 |
| 253 | 364 | 450 | 3.92 | 0.34 | 438.88 |
| 253 | 365 | 450 | 3.07 | 0.77 | 440.52 |
| 253 | 366 | 450 | 2.23 | 1.86 | 442.16 |
| 253 | 367 | 450 | 1.4 | 2.96 | 443.79 |
| 253 | 368 | 450 | 0.57 | 4.04 | 445.41 |
| 254 | 365 | 450 | 4.99 | 0.65 | 439.65 |
| 254 | 366 | 450 | 4.15 | 0.45 | 441.29 |
| 254 | 367 | 450 | 3.31 | 1.55 | 442.93 |
| 254 | 368 | 450 | 2.47 | 2.64 | 444.56 |
| 254 | 369 | 450 | 1.64 | 3.73 | 446.18 |
| 254 | 370 | 450 | 0.82 | 4.81 | 447.8 |
| 255 | 368 | 450 | 4.38 | 1.24 | 443.7 |
| 255 | 369 | 450 | 3.54 | 2.33 | 445.33 |
| 255 | 370 | 450 | 2.71 | 3.41 | 446.95 |
| 255 | 371 | 450 | 1.89 | 4.49 | 448.57 |
| 256 | 370 | 450 | 4.62 | 2.01 | 446.1 |
| 256 | 371 | 450 | 3.78 | 3.1 | 447.72 |
| 256 | 372 | 450 | 2.96 | 4.17 | 449.34 |
| 257 | 372 | 450 | 4.85 | 2.78 | 448.49 |
| 257 | 373 | 450 | 4.02 | 3.86 | 450.11 |
| 257 | 374 | 450 | 3.2 | 4.93 | 451.73 |
| 258 | 375 | 450 | 4.27 | 4.62 | 452.5 |

Tabela B12: Resultados obtidos com o uso do programa segundo condições 1 e 2 das Eqs. 4.44 e 4.45. Simulação 12.

| N1(cm) | N2(cm) | N3(cm) | Mod(Tmedd-Tmed) | Mod(Tmedd-TRmed) | d |
|--------|--------|--------|-----------------|------------------|--------|
| 289 | 384 | 450 | 4.55 | 4.29 | 496.9 |
| 290 | 385 | 450 | 3.54 | 4.64 | 497.65 |
| 290 | 386 | 450 | 4.8 | 3.05 | 499.63 |
| 291 | 386 | 450 | 2.52 | 5 | 498.41 |
| 291 | 387 | 450 | 3.79 | 3.4 | 500.39 |
| 292 | 388 | 450 | 2.78 | 3.75 | 501.15 |
| 292 | 389 | 450 | 4.03 | 2.17 | 503.12 |
| 293 | 389 | 450 | 1.77 | 4.1 | 501.9 |
| 293 | 390 | 450 | 3.02 | 2.52 | 503.88 |
| 293 | 391 | 450 | 4.27 | 0.95 | 505.84 |
| 294 | 390 | 450 | 0.76 | 4.45 | 502.65 |
| 294 | 391 | 450 | 2.02 | 2.87 | 504.63 |
| 294 | 392 | 450 | 3.26 | 1.3 | 506.6 |
| 294 | 393 | 450 | 4.5 | 0.26 | 508.54 |
| 295 | 391 | 450 | 0.25 | 4.8 | 503.41 |
| 295 | 392 | 450 | 1.01 | 3.22 | 505.39 |
| 295 | 393 | 450 | 2.26 | 1.65 | 507.35 |
| 295 | 394 | 450 | 3.5 | 0.1 | 509.31 |
| 295 | 395 | 450 | 4.73 | 1.45 | 511.24 |
| 296 | 393 | 450 | 0.01 | 3.57 | 506.14 |
| 296 | 394 | 450 | 1.26 | 2 | 508.11 |
| 296 | 395 | 450 | 2.5 | 0.45 | 510.07 |
| 296 | 396 | 450 | 3.73 | 1.1 | 512.01 |
| 296 | 397 | 450 | 4.95 | 2.64 | 513.93 |
| 297 | 394 | 450 | 1 | 3.91 | 506.9 |
| 297 | 395 | 450 | 0.26 | 2.35 | 508.87 |
| 297 | 396 | 450 | 1.5 | 0.79 | 510.83 |
| 297 | 397 | 450 | 2.73 | 0.75 | 512.77 |
| 297 | 398 | 450 | 3.95 | 2.28 | 514.7 |
| 298 | 395 | 450 | 2 | 4.26 | 507.65 |
| 298 | 396 | 450 | 0.74 | 2.69 | 509.63 |
| 298 | 397 | 450 | 0.5 | 1.14 | 511.59 |
| 298 | 398 | 450 | 1.73 | 0.4 | 513.53 |
| 298 | 399 | 450 | 2.96 | 1.93 | 515.46 |
| 298 | 400 | 450 | 4.17 | 3.46 | 517.38 |
| 299 | 396 | 450 | 3 | 4.6 | 508.41 |
| 299 | 397 | 450 | 1.74 | 3.04 | 510.38 |
| 299 | 398 | 450 | 0.5 | 1.49 | 512.35 |
| 299 | 399 | 450 | 0.74 | 0.06 | 514.29 |
| 299 | 400 | 450 | 1.96 | 1.59 | 516.23 |

| Tabela B12 - Continuação | | | | | |
|--------------------------|-----|-----|------|------|--------|
| 299 | 401 | 450 | 3.18 | 3.11 | 518.15 |
| 299 | 402 | 450 | 4.38 | 4.62 | 520.05 |
| 300 | 397 | 450 | 4 | 4.94 | 509.16 |
| 300 | 398 | 450 | 2.74 | 3.38 | 511.14 |
| 300 | 399 | 450 | 1.5 | 1.83 | 513.11 |
| 300 | 400 | 450 | 0.26 | 0.29 | 515.06 |
| 300 | 401 | 450 | 0.97 | 1.24 | 516.99 |
| 300 | 402 | 450 | 2.18 | 2.76 | 518.91 |
| 300 | 403 | 450 | 3.39 | 4.27 | 520.82 |
| 301 | 399 | 450 | 3.74 | 3.72 | 511.9 |
| 301 | 400 | 450 | 2.49 | 2.17 | 513.86 |
| 301 | 401 | 450 | 1.25 | 0.63 | 515.82 |
| 301 | 402 | 450 | 0.03 | 0.9 | 517.76 |
| 301 | 403 | 450 | 1.19 | 2.41 | 519.68 |
| 301 | 404 | 450 | 2.4 | 3.92 | 521.59 |
| 302 | 400 | 450 | 4.74 | 4.06 | 512.65 |
| 302 | 401 | 450 | 3.49 | 2.51 | 514.62 |
| 302 | 402 | 450 | 2.25 | 0.97 | 516.58 |
| 302 | 403 | 450 | 1.02 | 0.55 | 518.52 |
| 302 | 404 | 450 | 0.2 | 2.07 | 520.45 |
| 302 | 405 | 450 | 1.41 | 3.57 | 522.36 |
| 303 | 402 | 450 | 4.48 | 2.85 | 515.38 |
| 303 | 403 | 450 | 3.24 | 1.31 | 517.34 |
| 303 | 404 | 450 | 2.01 | 0.21 | 519.28 |
| 303 | 405 | 450 | 0.79 | 1.73 | 521.21 |
| 303 | 406 | 450 | 0.43 | 3.23 | 523.13 |
| 303 | 407 | 450 | 1.63 | 4.72 | 525.03 |
| 304 | 404 | 450 | 4.23 | 1.65 | 518.1 |
| 304 | 405 | 450 | 3 | 0.13 | 520.04 |
| 304 | 406 | 450 | 1.77 | 1.38 | 521.97 |
| 304 | 407 | 450 | 0.56 | 2.89 | 523.89 |
| 304 | 408 | 450 | 0.64 | 4.38 | 525.8 |
| 305 | 406 | 450 | 3.99 | 0.47 | 520.8 |
| 305 | 407 | 450 | 2.76 | 1.04 | 522.74 |
| 305 | 408 | 450 | 1.55 | 2.55 | 524.66 |
| 305 | 409 | 450 | 0.34 | 4.04 | 526.57 |
| 306 | 407 | 450 | 4.97 | 0.8 | 521.57 |
| 306 | 408 | 450 | 3.75 | 0.71 | 523.5 |
| 306 | 409 | 450 | 2.53 | 2.21 | 525.43 |
| 306 | 410 | 450 | 1.33 | 3.7 | 527.34 |
| 307 | 409 | 450 | 4.73 | 0.37 | 524.27 |
| 307 | 410 | 450 | 3.52 | 1.87 | 526.19 |
| 307 | 411 | 450 | 2.31 | 3.36 | 528.1 |

| Tabela B12 - Continuação | | | | | |
|--------------------------|-----|-----|------|------|--------|
| 307 | 412 | 450 | 1.11 | 4.84 | 530 |
| 308 | 411 | 450 | 4.5 | 1.53 | 526.96 |
| 308 | 412 | 450 | 3.29 | 3.02 | 528.87 |
| 308 | 413 | 450 | 2.09 | 4.5 | 530.77 |
| 309 | 413 | 450 | 4.27 | 2.69 | 529.64 |
| 309 | 414 | 450 | 3.07 | 4.16 | 531.54 |
| 310 | 415 | 450 | 4.05 | 3.83 | 532.31 |
| 311 | 417 | 450 | 3.83 | 4.96 | 534.98 |
| 312 | 418 | 450 | 4.8 | 4.62 | 535.75 |

Tabela B13: Resultados obtidos com o uso do programa segundo condições 1 e 2 das Eqs. 4.44 e 4.45. Simulação 13.

| N1(cm) | N2(cm) | N3(cm) | Mod (Tmedd-Tmed) | Mod (Tmedd-TRmed) | d |
|--------|--------|--------|------------------|-------------------|--------|
| 319 | 401 | 450 | 4.33 | 3.9 | 536.92 |
| 320 | 402 | 450 | 3.36 | 4.26 | 537.68 |
| 321 | 403 | 450 | 2.39 | 4.61 | 538.43 |
| 321 | 404 | 450 | 4.05 | 2.59 | 540.73 |
| 322 | 404 | 450 | 1.42 | 4.97 | 539.19 |
| 322 | 405 | 450 | 3.09 | 2.95 | 541.49 |
| 322 | 406 | 450 | 4.74 | 0.95 | 543.76 |
| 323 | 406 | 450 | 2.13 | 3.3 | 542.24 |
| 323 | 407 | 450 | 3.78 | 1.31 | 544.52 |
| 324 | 407 | 450 | 1.16 | 3.66 | 543 |
| 324 | 408 | 450 | 2.82 | 1.66 | 545.28 |
| 324 | 409 | 450 | 4.45 | 0.32 | 547.54 |
| 325 | 408 | 450 | 0.2 | 4.01 | 543.76 |
| 325 | 409 | 450 | 1.86 | 2.01 | 546.04 |
| 325 | 410 | 450 | 3.5 | 0.04 | 548.3 |
| 326 | 409 | 450 | 0.76 | 4.36 | 544.52 |
| 326 | 410 | 450 | 0.9 | 2.37 | 546.8 |
| 326 | 411 | 450 | 2.54 | 0.39 | 549.07 |
| 326 | 412 | 450 | 4.16 | 1.57 | 551.3 |
| 327 | 410 | 450 | 1.72 | 4.71 | 545.27 |
| 327 | 411 | 450 | 0.06 | 2.72 | 547.56 |
| 327 | 412 | 450 | 1.58 | 0.74 | 549.83 |
| 327 | 413 | 450 | 3.21 | 1.22 | 552.07 |
| 327 | 414 | 450 | 4.82 | 3.16 | 554.29 |
| 328 | 412 | 450 | 1.02 | 3.06 | 548.32 |
| 328 | 413 | 450 | 0.62 | 1.09 | 550.59 |
| 328 | 414 | 450 | 2.25 | 0.86 | 552.84 |
| 328 | 415 | 450 | 3.87 | 2.8 | 555.06 |
| 329 | 413 | 450 | 1.98 | 3.41 | 549.08 |
| 329 | 414 | 450 | 0.33 | 1.44 | 551.35 |
| 329 | 415 | 450 | 1.3 | 0.51 | 553.6 |
| 329 | 416 | 450 | 2.92 | 2.45 | 555.83 |
| 329 | 417 | 450 | 4.52 | 4.37 | 558.03 |
| 330 | 414 | 450 | 2.94 | 3.76 | 549.84 |
| 330 | 415 | 450 | 1.29 | 1.79 | 552.11 |
| 330 | 416 | 450 | 0.35 | 0.17 | 554.37 |
| 330 | 417 | 450 | 1.97 | 2.1 | 556.6 |
| 330 | 418 | 450 | 3.57 | 4.02 | 558.8 |

| Tabela B13 - Continuação | | | | | |
|--------------------------|-----|-----|------|------|--------|
| 331 | 415 | 450 | 3.89 | 4.1 | 550.59 |
| 331 | 416 | 450 | 2.24 | 2.13 | 552.87 |
| 331 | 417 | 450 | 0.6 | 0.18 | 555.13 |
| 331 | 418 | 450 | 1.02 | 1.75 | 557.36 |
| 331 | 419 | 450 | 2.62 | 3.67 | 559.57 |
| 332 | 416 | 450 | 4.85 | 4.44 | 551.35 |
| 332 | 417 | 450 | 3.19 | 2.48 | 553.63 |
| 332 | 418 | 450 | 1.55 | 0.53 | 555.89 |
| 332 | 419 | 450 | 0.07 | 1.41 | 558.13 |
| 332 | 420 | 450 | 1.67 | 3.32 | 560.35 |
| 333 | 418 | 450 | 4.15 | 2.82 | 554.39 |
| 333 | 419 | 450 | 2.5 | 0.87 | 556.66 |
| 333 | 420 | 450 | 0.88 | 1.06 | 558.9 |
| 333 | 421 | 450 | 0.73 | 2.97 | 561.12 |
| 333 | 422 | 450 | 2.32 | 4.87 | 563.31 |
| 334 | 420 | 450 | 3.45 | 1.21 | 557.42 |
| 334 | 421 | 450 | 1.83 | 0.72 | 559.66 |
| 334 | 422 | 450 | 0.22 | 2.63 | 561.88 |
| 334 | 423 | 450 | 1.38 | 4.53 | 564.08 |
| 335 | 421 | 450 | 4.4 | 1.56 | 558.18 |
| 335 | 422 | 450 | 2.77 | 0.37 | 560.43 |
| 335 | 423 | 450 | 1.16 | 2.28 | 562.65 |
| 335 | 424 | 450 | 0.44 | 4.18 | 564.86 |
| 336 | 423 | 450 | 3.72 | 0.03 | 561.19 |
| 336 | 424 | 450 | 2.11 | 1.94 | 563.42 |
| 336 | 425 | 450 | 0.51 | 3.84 | 565.63 |
| 337 | 424 | 450 | 4.67 | 0.31 | 561.96 |
| 337 | 425 | 450 | 3.05 | 1.6 | 564.19 |
| 337 | 426 | 450 | 1.45 | 3.49 | 566.4 |
| 338 | 426 | 450 | 3.99 | 1.26 | 564.96 |
| 338 | 427 | 450 | 2.39 | 3.15 | 567.17 |
| 339 | 427 | 450 | 4.93 | 0.92 | 565.72 |
| 339 | 428 | 450 | 3.33 | 2.81 | 567.94 |
| 339 | 429 | 450 | 1.74 | 4.69 | 570.13 |
| 340 | 429 | 450 | 4.27 | 2.47 | 568.71 |
| 340 | 430 | 450 | 2.67 | 4.35 | 570.9 |
| 341 | 431 | 450 | 3.61 | 4.01 | 571.68 |
| 342 | 432 | 450 | 4.55 | 3.67 | 572.45 |
| 344 | 435 | 450 | 4.83 | 4.85 | 576.18 |

Tabela B14: Resultados obtidos com o uso do programa segundo condições 1 e 2 das Eqs. 4.44 e 4.45. Simulação 14.

| N1(cm) | N2(cm) | N3(cm) | Mod (Tmedd - Tmed) | Mod (Tmedd - TRmed) | d |
|--------|--------|--------|--------------------|---------------------|--------|
| 338 | 409 | 450 | 4.94 | 3.46 | 560.02 |
| 339 | 410 | 450 | 4 | 3.82 | 560.78 |
| 340 | 411 | 450 | 3.05 | 4.17 | 561.54 |
| 341 | 412 | 450 | 2.11 | 4.53 | 562.29 |
| 341 | 413 | 450 | 4.18 | 2.09 | 564.9 |
| 342 | 413 | 450 | 1.17 | 4.88 | 563.05 |
| 342 | 414 | 450 | 3.24 | 2.44 | 565.67 |
| 343 | 415 | 450 | 2.31 | 2.8 | 566.43 |
| 343 | 416 | 450 | 4.36 | 0.39 | 569.01 |
| 344 | 416 | 450 | 1.37 | 3.15 | 567.19 |
| 344 | 417 | 450 | 3.42 | 0.74 | 569.77 |
| 345 | 417 | 450 | 0.43 | 3.5 | 567.95 |
| 345 | 418 | 450 | 2.49 | 1.1 | 570.54 |
| 345 | 419 | 450 | 4.52 | 1.29 | 573.09 |
| 346 | 418 | 450 | 0.51 | 3.85 | 568.7 |
| 346 | 419 | 450 | 1.56 | 1.45 | 571.3 |
| 346 | 420 | 450 | 3.59 | 0.93 | 573.86 |
| 347 | 419 | 450 | 1.44 | 4.2 | 569.46 |
| 347 | 420 | 450 | 0.62 | 1.8 | 572.06 |
| 347 | 421 | 450 | 2.66 | 0.58 | 574.62 |
| 347 | 422 | 450 | 4.68 | 2.94 | 577.15 |
| 348 | 420 | 450 | 2.38 | 4.55 | 570.22 |
| 348 | 421 | 450 | 0.31 | 2.15 | 572.82 |
| 348 | 422 | 450 | 1.73 | 0.23 | 575.39 |
| 348 | 423 | 450 | 3.75 | 2.58 | 577.92 |
| 349 | 421 | 450 | 3.31 | 4.9 | 570.98 |
| 349 | 422 | 450 | 1.24 | 2.49 | 573.59 |
| 349 | 423 | 450 | 0.8 | 0.12 | 576.16 |
| 349 | 424 | 450 | 2.82 | 2.23 | 578.69 |
| 349 | 425 | 450 | 4.82 | 4.56 | 581.19 |
| 350 | 423 | 450 | 2.17 | 2.84 | 574.35 |
| 350 | 424 | 450 | 0.13 | 0.47 | 576.92 |
| 350 | 425 | 450 | 1.9 | 1.88 | 579.46 |
| 350 | 426 | 450 | 3.9 | 4.21 | 581.97 |
| 351 | 424 | 450 | 3.1 | 3.18 | 575.11 |
| 351 | 425 | 450 | 1.05 | 0.81 | 577.69 |
| 351 | 426 | 450 | 0.97 | 1.54 | 580.23 |
| 351 | 427 | 450 | 2.97 | 3.86 | 582.74 |

| Tabela B14 - Continuação | | | | | |
|--------------------------|-----|-----|------|------|--------|
| 352 | 425 | 450 | 4.03 | 3.53 | 575.86 |
| 352 | 426 | 450 | 1.98 | 1.16 | 578.45 |
| 352 | 427 | 450 | 0.05 | 1.19 | 581 |
| 352 | 428 | 450 | 2.05 | 3.51 | 583.52 |
| 353 | 426 | 450 | 4.96 | 3.87 | 576.62 |
| 353 | 427 | 450 | 2.91 | 1.5 | 579.21 |
| 353 | 428 | 450 | 0.88 | 0.85 | 581.77 |
| 353 | 429 | 450 | 1.13 | 3.17 | 584.29 |
| 354 | 428 | 450 | 3.83 | 1.84 | 579.98 |
| 354 | 429 | 450 | 1.8 | 0.5 | 582.54 |
| 354 | 430 | 450 | 0.21 | 2.82 | 585.06 |
| 355 | 429 | 450 | 4.76 | 2.18 | 580.74 |
| 355 | 430 | 450 | 2.72 | 0.16 | 583.3 |
| 355 | 431 | 450 | 0.71 | 2.48 | 585.83 |
| 355 | 432 | 450 | 1.28 | 4.77 | 588.33 |
| 356 | 431 | 450 | 3.64 | 0.18 | 584.07 |
| 356 | 432 | 450 | 1.63 | 2.13 | 586.6 |
| 356 | 433 | 450 | 0.36 | 4.43 | 589.1 |
| 357 | 432 | 450 | 4.57 | 0.52 | 584.83 |
| 357 | 433 | 450 | 2.55 | 1.79 | 587.37 |
| 357 | 434 | 450 | 0.55 | 4.08 | 589.87 |
| 358 | 434 | 450 | 3.47 | 1.45 | 588.14 |
| 358 | 435 | 450 | 1.47 | 3.74 | 590.65 |
| 359 | 435 | 450 | 4.38 | 1.11 | 588.91 |
| 359 | 436 | 450 | 2.38 | 3.4 | 591.42 |
| 360 | 437 | 450 | 3.3 | 3.06 | 592.19 |
| 361 | 438 | 450 | 4.21 | 2.73 | 592.96 |
| 361 | 439 | 450 | 2.23 | 4.99 | 595.45 |
| 362 | 440 | 450 | 3.14 | 4.65 | 596.23 |
| 363 | 441 | 450 | 4.05 | 4.31 | 597 |
| 364 | 442 | 450 | 4.96 | 3.98 | 597.77 |

Tabela B15: Resultados obtidos com o uso do programa segundo condições 1 e 2 das Eqs. 4.44 e 4.45. Simulação 15.

| N1(cm) | N2(cm) | N3(cm) | Mod (Tmedd - Tmed) | Mod (Tmedd - TRmed) | d |
|--------|--------|--------|--------------------|---------------------|--------|
| 381 | 422 | 450 | 4.9 | 3.96 | 605.21 |
| 382 | 423 | 450 | 4 | 4.31 | 605.97 |
| 383 | 424 | 450 | 3.11 | 4.66 | 606.73 |
| 386 | 428 | 450 | 4.57 | 1.15 | 613.24 |
| 387 | 429 | 450 | 3.68 | 1.5 | 614.01 |
| 388 | 430 | 450 | 2.79 | 1.85 | 614.77 |
| 389 | 431 | 450 | 1.9 | 2.2 | 615.54 |
| 390 | 432 | 450 | 1.01 | 2.54 | 616.31 |
| 391 | 433 | 450 | 0.13 | 2.89 | 617.07 |
| 391 | 434 | 450 | 4.21 | 1.57 | 621.21 |
| 392 | 434 | 450 | 0.76 | 3.23 | 617.83 |
| 392 | 435 | 450 | 3.33 | 1.22 | 621.98 |
| 393 | 435 | 450 | 1.65 | 3.57 | 618.59 |
| 393 | 436 | 450 | 2.45 | 0.88 | 622.76 |
| 394 | 436 | 450 | 2.53 | 3.91 | 619.36 |
| 394 | 437 | 450 | 1.56 | 0.54 | 623.53 |
| 395 | 437 | 450 | 3.42 | 4.25 | 620.12 |
| 395 | 438 | 450 | 0.68 | 0.2 | 624.3 |
| 395 | 439 | 450 | 4.7 | 4.55 | 628.34 |
| 396 | 438 | 450 | 4.3 | 4.59 | 620.88 |
| 396 | 439 | 450 | 0.2 | 0.15 | 625.07 |
| 396 | 440 | 450 | 3.82 | 4.21 | 629.12 |
| 397 | 440 | 450 | 1.07 | 0.48 | 625.83 |
| 397 | 441 | 450 | 2.95 | 3.87 | 629.9 |
| 398 | 441 | 450 | 1.95 | 0.82 | 626.6 |
| 398 | 442 | 450 | 2.08 | 3.53 | 630.68 |
| 399 | 442 | 450 | 2.83 | 1.16 | 627.37 |
| 399 | 443 | 450 | 1.2 | 3.19 | 631.45 |
| 400 | 443 | 450 | 3.71 | 1.5 | 628.14 |
| 400 | 444 | 450 | 0.33 | 2.85 | 632.23 |
| 401 | 444 | 450 | 4.59 | 1.83 | 628.9 |
| 401 | 445 | 450 | 0.54 | 2.52 | 633 |
| 402 | 446 | 450 | 1.41 | 2.18 | 633.78 |
| 403 | 447 | 450 | 2.29 | 1.85 | 634.55 |
| 404 | 448 | 450 | 3.16 | 1.51 | 635.32 |
| 405 | 449 | 450 | 4.03 | 1.18 | 636.09 |

9 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

1. AMERICAN WATER WORKS ASSOCIATION. Filtration Committee. Committee Report: Comparision of Alternative Systems for Controlling Flow Through Filters. **Journal AWWA**, Denver, v. 76, n°. 1, p. 91-95, Jan. 1984.
2. ARBOLEDA, J. Hydraulic control systems os fontant and declining flow rate in filtration. **Journal AWWA**, Denver, v.66, n.2, p. 87-94, Feb.1974.
1. ARBOLEDA, J., GIRALDO, R. & SNEL, H. Hydraulic behavior of declining-rate filtration. **Journal AWWA**, Denver, v. 77, n. 12, p.67-74, Dec. 1985.
2. AULTMAN, W.W. Valve-opening devices and rate-of.flow controllers. **Journal AWWA** , Denver, v.51, n.11, p. 1467-1469, Nov. 1959.
3. BRYANT, E. A. Variable Rate Filtration - principles, design and operation. **Water & Sewage Works** , Chicago, v. 121, n. 12, p. 40-44, Dec. 1974.
4. CLEASBY, J.L. Filter rate control without rate controllers. **Journal AWWA**, Denver, v. 61, n° 4, p. 181-185, Apr. 1969.
5. CLEASBY, J.L. Declining-rate filtration. **Journal AWWA**, Denver, v. 73, n° 9, p. 484-489, Sep. 1981.

6. CLEASBY, J.L. Declining-rate filtration. **Fluid/Particle Separation Journal**, v. 2, n° 1, p. 1-4, Mar.1989.
7. CLEASBY, J.L. Status of declining rate filtration design. **Water Science Technology**, v. 27 , n° 10, p. 151-164, 1989.
8. CLEASBY, J.L. Declining-rate filtration. **Water Science Technology**, v. 27, n° 7-8, p. 11-18, 1993.
9. CLEASBY, J.L. & BAUMANN, E.R. Selection of sand filtration rates. **Journal AWWA**, Denver, v.54, n.5, p. 579-602, May 1962.
10. CLEASBY, J.L. & DI BERNARDO, L. Hydraulic considerations in declining-rate filtration. **Journal of the Environmental Engineering Division**, ASCE, N. York, v. 106, n° EE6, p. 1043-1055, Dec. 1980.
11. CLEASBY, J. L., WILLIAMSON, M.M. & BAUMANN, E.R. Effect of filtration rate changes on quality. **Journal AWWA**, Denver, v.55, n.7, p. 869-877, July 1963.
12. CORNWELL, D. A. BISHOP, M.M. & DUNN, H.J. Declining-rate filters: regulatory aspects and operating results. **Journal AWWA**, Denver, v.67, n.12, p.55-61, Dec. 1984.
13. DI BERNARDO, L. Características hidráulicas dos métodos de operação dos filtros rápidos de gravidade. **Revista DAE**, São Paulo. v. 43. n. 135. p. 30-36, dez. 1983.
14. DI BERNARDO , L. Hidráulica da filtração com taxa declinante. **Revista DAE**, São Paulo, v. 46, n. 146, p. 259-267, set 1986.
15. DI BERNARDO , L. , Métodos e Técnicas de Tratamento de Água, São Paulo, ABES, v. II, p. 1, 281, 282 , 1993 .

16. DI BERNARDO, L. & CLEASBY, J. L. Declining versus constant-rate filtration. **Journal of the Environmental Engineering Division, ASCE** , New Yourk, v. 106, n. EE6, p. 1023-1041, Dec. 1980.
17. GRABOVSKII P. A. & LARKINA G. M. , Operation of high-rate filters under variable conditions. **Soviet Journal of Water Chemistry and Technology** (english translation of Khimiya i Tekhnologiya Vody), New York, v. 6, n. 6, p. 546-551, 1984.
18. HILMOE, D.J. & CLEASBY, J.L. Comparing constant-rate and declining rate firect filtration of a surface water. **Journal AWWA**, Denver, v. 78, n. 12, p. 26-34, Dec. 1986.
19. HUDSON Jr., H.E. Factors affecting filtrate rates. **Journal AWWA**, Denver, v. 48, n.9, p. 1138-1154, Sep. 1956.
20. HUDSON Jr., H.E. Declining-rate filtration. **Journal AWWA**, Denver, v. 51, n.11, p. 1455-1463, Sep. 1959.
21. HUDSON Jr., H.E. Functional design of rapid sand filters. **Journal of the Sanitary Engineering Division, ASCE** , New York , v. 89, n.SA1, p. 17-28, Jan. 1963.
22. HUDSON Jr., H.E. & HAZEY, G. Simplified rapid sand filter system. **Water & Sewage Works**, Chicago, v.106, n.10, p. 448-451, Oct. 1959.
23. JACKSON, N.E. Study of high-rate filtration at the Dalecarlia Plant, Waschington. **Journal AWWA**, Denver, v. 47, n.2, p. 129-141, Feb. 1955.
24. JENKS, H. N. Filter operation at variable rates. **Journal AWWA**, Denver, v. 20, n.8, p. 214-219, Aug. 1928.

25. LIMA, A. F. Projeto de filtros de taxas declinantes. **Engenharia Sanitária**, Rio de Janeiro, v. 24, n° 1, p. 111-115, jan./mar.
26. LING, J. T. Progress in technology of water filtration. **Water & Sewage Works** , Chicago, v. 109, n. 8, p. 315-319, Aug. 1962.
27. MACHADO, R. (1995) , Proposição de modelação matemática para sistemas de filtração com taxa declinante variável incluindo armazenamento de água a montante dos filtros. São Carlos. 102 p. Tese de Doutorado - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.
28. MENDES, C. G. da N., Solução gráfica alternativa para a determinação de taxas de filtração e níveis de água em sistemas de filtração com taxa declinante. **Engenharia e Arquitetura** , Brasil, v. 1, n.1, p. 14-18, Jan/Mar 1999.
29. OKUN, D. A. & SHULZ, C. R. Practical water treatment for communities in developing countries. **Aqua** , Londo, v. 1, n. 1, p. 23-26, 1983.
30. ROGERS, M.E. Effect of control systems on filter performance. **Journal AWWA**, Denver, v. 56, n.7, p. 907-914, July 1964.
31. SAATÇI, A.M. Harmonic mean conductivity in declining rate filters. **Journal of Environmental Engineering, ASCE**, New York, v. 115, n. 2, p. 462-466, Apr. 1989.
32. SAATÇI, A.M. Application of declining rate filtration theory - continuous operation. . **Journal of Environmental Engineering, ASCE**, New York, v. 116, n. 1, p. 87-105, Feb. 1989.
33. SEGAL, B.A. & OKUN, D.A. Effect of filtration rate on filtrate quality. **Journal AWWA**, Denver, v. 58, n.3, p.368-378, Mar. 1966.

34. TEIXEIRA, B. A. do N. (1991) , Proposição de um método para obtenção de parâmetros de projeto e operação de sistemas de filtração com taxa declinante. São Carlos. 208 p. Tese de Doutorado - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.
35. YAROSHEVSKAYA, N. V. & KULS'KII, L. A. , Methods of designing filter systems operating with a decreasing flow rate. **Soviet Journal of Water Chemistry and Technology** (english translation of Khimiya i Tekhnologiya Vody), New York, v. 7, n. 2, p. 1-5, 1985.

10 ABSTRACT

GABRIEL, João C. Proposition of a new graphic method and mathematical model for estimating the filter design conditions, for a declining rate filter bank. Campinas, Civil Engineering Department, University of Campinas, year: 2000. 173 p. Dissertation (Master Science).

The objective in this work is to propose a simple, practical and didactic methodology for a problem, using a graphic method, which is a tool to estimate the water level variations that will occur during operation and the water rates during normal operation of the filter bank and when the dirtiest filter is backwashed. Beside this, using this graphic method, a new mathematical model, for algebraic determination of the design and operation parameters of a variable declining rate filtration system, knowing the clean media head loss and turbulent head loss coefficients, the number of filters of the bank, the mean filtration rate and the highest level that the water can reach without overflowing the filter box or the highest filtration rate of a clean filter to maintain the effluent water quality.

The mathematical equations for a group of n filters of the bank are developed and generalized and, it is hoped with its use, obtain the optimal conditions for design and operation for this system, showing the solution for the longest length of the filter run maintaining the effluent water quality of the filter.

Keywords: Filtration, Graphic Method, Mathematical Model, Declining Rate.